4.1

$m_1 = 4kg$, $\upsilon_1 = 40 m/s$
$m_2 = 1kg$, $\upsilon_2 = 20 m/s$
$\vec{\upsilon}_1 \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_2$
κεντρική ελαστική

A. · Ελαστική κρούση

$$\left.\begin{matrix}Α.Δ.Ο.\\ Α.Δ.Μ.Ε\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}\upsilon_1' = \dfrac{2m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 + \dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \\ \upsilon_2' = \dfrac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \dfrac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2\end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix}\boxed{\upsilon_1' = 32 m/s} \\ \boxed{\upsilon_2' = 52 m/s}\end{matrix}$$

B. $\cdot\ \Delta p_1 = p_1' - p_1 \Rightarrow \Delta p_1 = m_1\upsilon_1' - m_1\upsilon_1 \Rightarrow \boxed{\Delta p_1 = -32 kg\,m/s}$

$\cdot\ \Delta p_2 = p_2' - p_2 \Rightarrow \Delta p_2 = m_2\upsilon_2' - m_2\upsilon_2 \Rightarrow \boxed{\Delta p_2 = 32 kg\,m/s}$

Ορμή μεταφέρετ[αι] από την πρώτη σφαίρα στη δεύτερη

Γ. $\cdot\ \Delta K_1 = K_1' - K_1 \Rightarrow \Delta K_1 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \boxed{\Delta K_1 = -1152 J}$

$\cdot\ \Delta K_2 = K_2' - K_2 \Rightarrow \Delta K_2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow \boxed{\Delta K_2 = 1152 J}$

Ενέργεια μεταφέρεται από την πρώτη σφαίρα στη δεύτερη

Δ. $Π_1\% = \dfrac{\Delta K_1}{K_1}\cdot 100\% \Rightarrow \boxed{Π_1\% = -36\%}$

$Π_2\% = \dfrac{\Delta K_2}{K_2}\cdot 100\% \Rightarrow \boxed{Π_2\% = 576\%}$

E. $F_1 = \dfrac{\Delta p_1}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{F_1 = -16\cdot 10^3 N}$

$F_2 = \dfrac{\Delta p_2}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{F_2 = 16\cdot 10^3 N}$

4.2

$\upsilon_0 = 10 m/s$
ελαστικές κρούσεις

A. $m = M$

· κρούση $Σ_3, Σ_2$:

ελαστική κρούση, ίδια μάζα $\Rightarrow \boxed{\upsilon_3' = 0}$, $\upsilon_2' = 10 m/s$ (ανταλλαγή ταχυτήτων)

· κρούση $Σ_2, Σ_1$:

ελαστική κρούση, $m = M$ $\Rightarrow \boxed{\upsilon_2'' = 0}$, $\boxed{\upsilon_1' = 10 m/s}$ (ανταλλαγή ταχυτήτων)

B. $m = 3kg$, $M = 1kg$

· κρούση $Σ_3, Σ_2$:

ελαστική κρούση, ίδια μάζα $\Rightarrow \boxed{\upsilon_3' = 0}$, $\upsilon_2' = 10 m/s$ (ανταλλαγή ταχυτήτων)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο - ΘΕΜΑ 3ο

• κρούση Σ_2, Σ_1 :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Α.Δ.Ο.}\\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.}\end{array}\right\} \xRightarrow{u_1=0} \left.\begin{array}{l} u_2'' = \dfrac{m-M}{m+M}u_2' \\ u_1' = \dfrac{2m}{m+M}u_2'\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}\boxed{u_2''=5\,m/s}\\ \boxed{u_1' = 15\,m/s}\end{array}$$

Γ. $m=1kg$, $M=3kg$

• κρούση Σ_3, Σ_2 :

$$\left.\begin{array}{l}\text{ελαστική κρούση}\\ \text{ίδια μάζα}\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} u_3'=0 \\ u_2'=10\,m/s\end{array} \quad \left(\begin{array}{l}\text{ανταλλαγή}\\ \text{ταχυτήτων}\end{array}\right)$$

• κρούση Σ_2, Σ_1 :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Α.Δ.Ο.}\\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.}\end{array}\right\} \xRightarrow{u_1=0} \left.\begin{array}{l} u_2'' = \dfrac{m-M}{m+M}u_2' \\ u_1' = \dfrac{2m}{m+M}u_2'\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}u_2''=-5\,m/s\\ \boxed{u_1' = 5\,m/s}\end{array}$$

• κρούση Σ_2, Σ_3 :

$$\left.\begin{array}{l}\text{ελαστική κρούση}\\ \text{ίδια μάζα}\end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{array}{l} \boxed{u_3''=-5\,m/s} \\ \boxed{u_2'''=0}\end{array} \quad \left(\begin{array}{l}\text{ανταλλαγή}\\ \text{ταχυτήτων}\end{array}\right)$$

4.3

m_1, u_1
$m_2, u_2=0$
ελαστική κρούση

Α. ελαστική κρούση ($u_2=0$)

• $u_1' = \dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1 \xRightarrow{:m_2} u_1' = \dfrac{\frac{m_1}{m_2}-1}{\frac{m_1}{m_2}+1}u_1 \Rightarrow \boxed{u_1' = \dfrac{\lambda-1}{\lambda+1}u_1}$

• $u_2' = \dfrac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 \xRightarrow{:m_2} u_2' = \dfrac{2\frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2}+1}u_1 \Rightarrow \boxed{u_2' = \dfrac{2\lambda}{\lambda+1}\cdot u_1}$

• $\dfrac{K_1'}{K_2'} = \dfrac{\frac{1}{2}m_1 u_1'^2}{\frac{1}{2}m_2 u_2'^2} \Rightarrow \boxed{\dfrac{K_1'}{K_2'} = \dfrac{(\lambda-1)^2}{4\cdot\lambda}}$

Β. • $K_1 = K_2' \Rightarrow \frac{1}{2}m_1 u_1^2 = \frac{1}{2}m_2 u_2'^2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2}u_1^2 = \frac{4\lambda^2}{(\lambda+1)^2}u_1^2 \Rightarrow \lambda = \frac{4\lambda^2}{(\lambda+1)^2}$

$\Rightarrow \lambda^2+2\lambda+1 = 4\lambda \Rightarrow \lambda^2-2\lambda+1=0$, $\Delta=0$, $\boxed{\lambda=1}$

Γ. • $u_1' = -u_2' \Rightarrow \dfrac{\lambda-1}{\lambda+1}u_1 = \dfrac{-2\lambda}{\lambda+1}u_1 \Rightarrow 3\lambda = 1 \Rightarrow \boxed{\lambda = 1/3}$

$\cdot\ u_1' = \frac{\lambda-1}{\lambda+1}u_1 \xrightarrow{\lambda=1/3} \boxed{u_1' = -\frac{u_1}{2}}$

$\cdot\ u_2' = \frac{2\lambda}{\lambda+1}u_1 \xrightarrow{\lambda=1/3} \boxed{u_2' = \frac{u_1}{2}}$

Δ. $\cdot\ u_1' = -u_1 \Rightarrow \frac{\lambda-1}{\lambda+1}u_1 = -u_1 \Rightarrow \lambda-1 = -\lambda-1 \Rightarrow 2\lambda = 0 \Rightarrow \boxed{\lambda=0}$

$\cdot\ u_2' = \frac{2\lambda}{\lambda+1}u_1 \xrightarrow{\lambda=0} \boxed{u_2' = 0}$

4.4

$m_1 = 8kg$, u_1
$m_2 = 2kg$, $u_2 = 0$
$K_2' = 256\,J$

A. $\cdot\ K_2' = \frac{1}{2}m_2u_2'^2 \Rightarrow u_2' = \sqrt{\frac{2\cdot K_2'}{m_2}} \Rightarrow \underline{u_2' = 16\,m/s}$

$\cdot\ u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 \Rightarrow \boxed{u_1 = 10\,m/s}$

B. $\cdot\ \Pi\% = \frac{K_2'}{K_1}\cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = 64\%}$

Γ. $\cdot\ u_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1 \Rightarrow u_1' = \frac{6}{10}\cdot 10\,m/s \Rightarrow \underline{u_1' = 6\,m/s}$

$\cdot\ \Delta p_1 = p_1' - p_1 \Rightarrow \Delta p_1 = m_1u_1' - m_1u_1 \Rightarrow \boxed{\Delta p_1 = -32\,kg\,m/s}$

Δ. $\cdot$ <u>Σώμα 1:</u> ΘΜΚΕ

$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow -T\cdot S_1 = -\frac{1}{2}m_1u_1'^2 \Rightarrow$

$\xrightarrow[T=\mu\cdot N=\mu m_1 g]{\Sigma F_y=0 \Rightarrow N=W_1} \mu m_1 g S_1 = \frac{1}{2}m_1u_1'^2 \Rightarrow S_1 = \frac{u_1'^2}{2\mu\cdot g} \Rightarrow \underline{S_1 = 3{,}6m}$

$\cdot$ <u>Σώμα 2:</u> ΘΜΚΕ

$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow -T\cdot S_2 = -\frac{1}{2}m_2u_2'^2 \Rightarrow$

$\xrightarrow[T=\mu\cdot N=m_2 g\cdot\mu]{\Sigma F_y=0 \Rightarrow N=W_2} \mu m_2 g S_2 = \frac{1}{2}m_2u_2'^2 \Rightarrow \underline{S_2 = 25{,}6m}$

Άρα $S = S_2 - S_1 \Rightarrow \boxed{S = 22m}$

4.5

m_1, u_1
m_2, $u_2 = 0$
$\mu = 0{,}25$

A. $\cdot\ u_1' = -u_2' \Rightarrow \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1 = -\frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 \Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1$

$\Rightarrow 3m_1 = m_2 \Rightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}}$

Β. $\Pi\% = \frac{K_2}{K_1}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\,100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{m_2}{m_1}\cdot\left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)^2\cdot 100\%$

$\Rightarrow \Pi\% = \frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{4m_1^2}{(m_1+m_2)^2}\cdot 100\% \Longrightarrow \Pi\% = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}\cdot 100\% \Rightarrow$

$\xrightarrow{m_2=3m_1} \Pi\% = \frac{12m_1^2}{16m_1^2}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{3}{4}\cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = 75\%}$

Γ. $\cdot\ \upsilon_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \xrightarrow[m_2=3m_1]{\upsilon_1'=-5m/s} -5 = \frac{-2m_1}{4m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 10\,m/s}$

Δ. · Σώμα (1): ΘΜΚΕ

$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow -T\cdot S_1 = -\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow$

$\xrightarrow[T=\mu N_1=\mu m_1 g]{\Sigma F_y=0\Rightarrow N=w_1} \mu m_1 g\cdot S_1 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 \Rightarrow \underline{S_1 = 5m}$

· Σώμα (2): ΘΜΚΕ

$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow -T\cdot S_2 = -\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow$

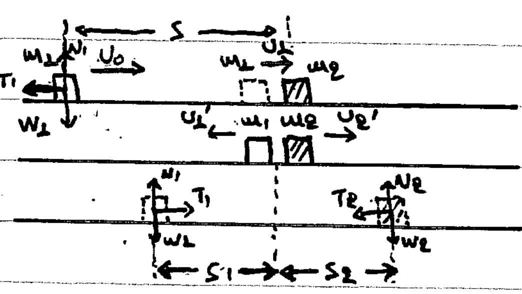
$\xrightarrow[T=\mu N_2=\mu m_2 g]{\Sigma F_y=0\Rightarrow N=w_2} \mu m_2 g S_2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow \underline{S_2 = 5m}$

Άρα $S = S_1 + S_2 \Rightarrow \boxed{S = 10m}$

4.6

$m_1 = 1kg$	$\upsilon_0 = 10m/s$
$m_2 = 3kg$	$\upsilon_2 = 0$
$S = 3{,}6m$	$\mu = 0{,}5$

Α.



· κίνηση m_1 (πριν την κρούση)

ΘΜΚΕ: $\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow -T\cdot S = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2$

$\xrightarrow[T=\mu\cdot N_1=\mu m_1 g=5N]{\Sigma F_y=0\Rightarrow N_1=w_1=m_1 g} -5\cdot 3{,}6 = \frac{1}{2}\cdot\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}100 \Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 8\,m/s}$

Β. · Κρούση ελαστική

$\left\{\begin{array}{l}\text{Α.Δ.Ορμής}\\ \text{Α.Δ.Μ.Ε}\end{array}\right. \xrightarrow{\upsilon_2=0} \left\{\begin{array}{l}\upsilon_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1\\ \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\boxed{\upsilon_1' = -4m/s}\\ \boxed{\upsilon_2' = 4m/s}\end{array}\right.$

Γ. $\Sigma F = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F} = \frac{m_2\upsilon_2 - 0}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\bar{F} = 12\cdot 10^3 N}$

Δ. • **Κίνηση m_1 (μετά την κρούση)**

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 - w_1 = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g = 10N$

$T_1 = \mu N_1 \Rightarrow T_1 = 5N$

$\Sigma F_x = m_1 \alpha_{\varepsilon\pi} \Rightarrow -T_1 = m_1 \alpha_{\varepsilon\pi} \Rightarrow \alpha_{\varepsilon\pi} = -5\, m/s^2$

$S_1 = \upsilon_1' t_1 - \frac{1}{2}|\alpha_{\varepsilon\pi}| t_1^2 \xrightarrow{t_1 = 0,4s} \underline{S_1 = 1,2m}$

• **Κίνηση m_2 (μετά την κρούση)**

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 - w_2 = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g = 30N$

$T_2 = \mu N_2 \Rightarrow T_2 = 15N$

$\Sigma F_x = m_2 \cdot \alpha_{\varepsilon\pi}' \Rightarrow -T_2 = m_2 \alpha_{\varepsilon\pi}' \Rightarrow \alpha_{\varepsilon\pi}' = -5\, m/s^2$

$S_2 = \upsilon_2' t_1 - \frac{1}{2}|\alpha_{\varepsilon\pi}'| t_1^2 \xrightarrow{t_1 = 0,4s} \underline{S_2 = 1,2m}$

Άρα $S = S_1 + S_2 \Rightarrow \boxed{S = 2,4m}$

4.7

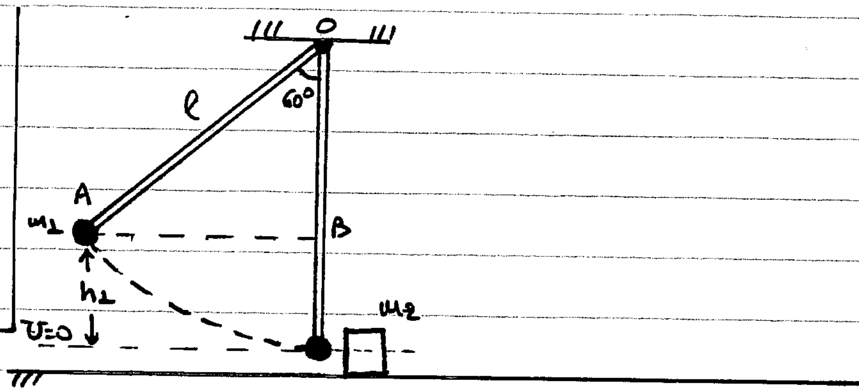
$m_1 = m$, $\ell = 1,6m$

$\phi = 60^\circ$

$m_2 = 3m$, $\upsilon_2 = 0$

ελαστική κρούση

$\mu = 0,2$, $g = 10 m/s^2$



A. • Κίνηση m_1 (πριν την κρούση)

<u>Α.Δ.Μ.Ε.</u>: $E_{\mu\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi}^{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_1 g h_1 = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2 g h_1}$ ①

$\overset{\triangle}{AB O}$: $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{(OB)}{(AO)} \Rightarrow (OB) = \ell\, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{\ell}{2}$, $h_1 = \ell - (OB) \Rightarrow \underline{h_1 = \frac{\ell}{2}}$

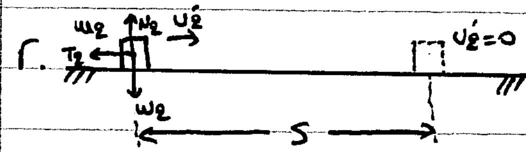
① $\Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 4\, m/s}$

B. • Κρούση ελαστική

$\begin{cases} \text{Α.Δ. ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{cases} \xrightarrow{\upsilon_2 = 0} \begin{cases} \upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \\ \upsilon_2' = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \upsilon_1' = -2\, m/s \\ \upsilon_2' = 2\, m/s \end{cases}$

$$K = \frac{\frac{1}{2}m_2 \upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1 \upsilon_1^2} = \frac{3m \cdot 4}{m \cdot 16} \Rightarrow \boxed{K = \frac{3}{4}}$$

Γ.



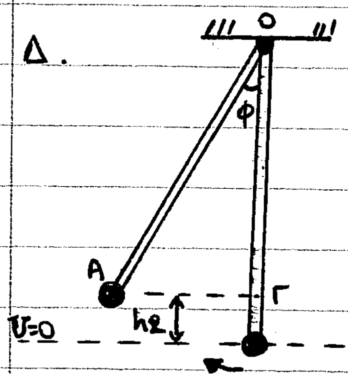
• Κίνηση m_2 (μετά την κρούση):

ΘΜΚΕ: $\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{τελ} - K_{αρχ}$

$\Rightarrow -T \cdot S = -\frac{1}{2} m_2 \upsilon_2'^2$ $\quad \frac{\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = W_2 = m_2 g}{T_2 = \mu N_2 = \mu m_2 g}$

$$\Rightarrow \mu \cdot m_2 \cdot g S = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2'^2 \Rightarrow S = \frac{\upsilon_2'^2}{2\mu g} \Rightarrow \boxed{S = 1m}$$

Δ.



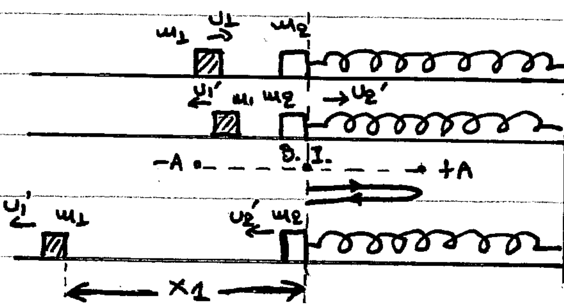
• Κίνηση m_1 (μετά την κρούση):

Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{MHX}^{αρχ} = E_{MHX}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1'^2 = m_1 g h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{\upsilon_1'^2}{2g} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{h_2 = 0{,}2m}$

4.8 $m_1 = 1kg$, $\upsilon_1 = 15 m/s$
$m_2 = 2kg$, $\upsilon_2 = 0$
$k = 200 N/m$



A. • Κρούση Ελαστική

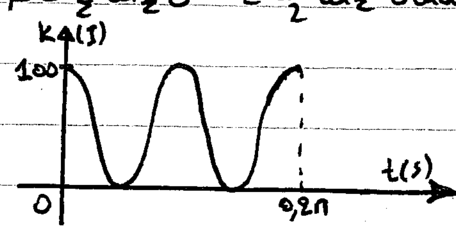
$$\begin{cases} Α.Δ.\ Ορμής \\ Α.Δ.Μ.Ε \end{cases} \xrightarrow{\upsilon_2 = 0} \begin{cases} \upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \\ \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\upsilon_1' = -5 m/s} \\ \boxed{\upsilon_2' = 10 m/s} \end{cases}$$

B. • α.α.τ. του m_2

$$\begin{cases} \upsilon_2' = \upsilon_{max} = \omega A \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = 10\ rad/s \end{cases} \Rightarrow \underline{A = 1m}$$

$t_0 = 0$, $x = 0$, $\upsilon > 0$: $\underline{\varphi_0 = 0}$

$$K = \frac{1}{2} m_2 \upsilon^2 = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_{max}^2 συν^2(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \underline{K = 100 συν^2 10t}, (S.I.)$$

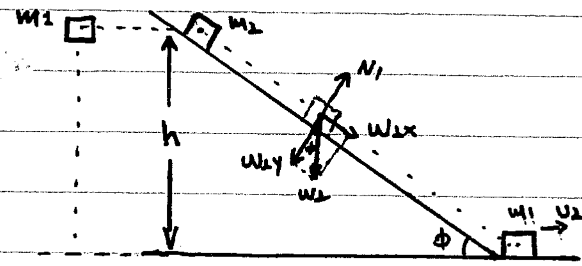


Γ. $\begin{cases} t_1 = \frac{T}{2} \\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2\pi\, s \end{cases} \Rightarrow \boxed{t_1 = 0,1\pi\, s = 0,314\, s}$

Δ. • κίνηση m_1 (μετά την κρούση)

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση: $\upsilon_1' = \frac{x_1}{t_1} \Rightarrow \boxed{x_1 = 1,57\, m}$

4.9 $h = 5\, m$, ϕ
m_1, υ_1
$m_2 = m_1$, $K = 200\, N/m$



Α. • κίνηση m_1 στο κεκλιμένο επίπεδο

$\underline{Α.Δ.Μ.Ε.}$: $E_{ΜΗΧ}^{αρχ} = E_{ΜΗΧ}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 10\, m/s}$

Β. ▪ κατακόρυφη κίνηση m_1:

ελεύθερη πτώση: $y = \frac{1}{2} g t^2 \xrightarrow{y=h} t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t = 1\, s$

▪ κίνηση m_1 στο κεκλιμένο επίπεδο

· $\Sigma F_x = m_1 \cdot \alpha \Rightarrow w_{1x} = m_1 \alpha \Rightarrow m_1 g ημ\phi = m_1 \alpha \Rightarrow \underline{\alpha = g ημ\phi}$

· $\upsilon_1 = \alpha t_1 \Longrightarrow \upsilon_1 = g ημ\phi\, t_1 \Rightarrow ημ\phi = \frac{\upsilon_1}{g \cdot t_1} \xrightarrow{t_1 = 2s} ημ\phi = \frac{1}{2}$

ή $\boxed{\phi = 30°}$

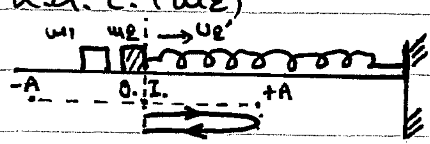
Γ. • κίνηση m_1 στο οριζόντιο επίπεδο (πριν την κρούση)

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση $\upsilon_1 = 10\, m/s$ (σταθερή).

• κρούση ελαστική

$\begin{cases} Α.Δ.Ορμής \\ Α.Δ.Μ.Ε. \end{cases} \xrightarrow{m_1 = m_2} \begin{cases} \upsilon_1' = \upsilon_2 \\ \upsilon_2' = \upsilon_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \upsilon_1' = 0 \\ \upsilon_2' = \upsilon_1 = 10\, m/s \end{cases}$ (ανταλλαγή ταχυτήτων)

• α.α.τ. (m_2)

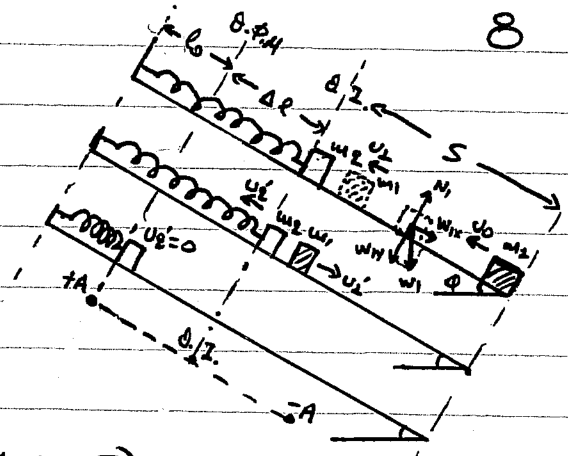


▪ $\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 2 \cdot \Delta t \xrightarrow{\Delta t = 0,1\pi s} \underline{T = 0,2\pi\, s}$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{K}} \Rightarrow 0,04\pi^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m_2}{200} \Rightarrow m_2 = 2\, kg$

ή $\boxed{m_1 = m_2 = 2\, kg}$

▪ $\begin{cases} \upsilon_2' = \upsilon_{max} = \omega A \\ \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\, rad/s \end{cases} \Rightarrow \boxed{A = 1\, m}$



4.10 m_2, $\phi=30^\circ$
$m_1=0{,}5kg$, $S=1{,}1m$
$\upsilon_0=6m/s$
ελαστική κρούση

A. · κίνηση m_1 (πριν την κρούση)

ΘΜΚΕ: $\Sigma W=\Delta K \Rightarrow W_{w_{1x}}=K_{τελ}-K_{αρχ} \Rightarrow$

$\Rightarrow -m_1 g\, ημφ \cdot S=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2-\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 \xRightarrow{S.I.} -5{,}5=\frac{1}{2}\upsilon_1^2-18 \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_1^2=25 \Rightarrow \boxed{\upsilon_1=5\,m/s}$

B. · Κρούση ελαστική

$\begin{cases} A.Δ.ορμής \\ A.Δ.Μ.Ε. \end{cases} \xRightarrow{\upsilon_2=0} \begin{cases} \upsilon_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 & (1) \\ \upsilon_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 & (2) \end{cases}$

$(1) \xRightarrow{\upsilon_1'=-4m/s} -4=\frac{0{,}5-m_2}{0{,}5+m_2}\cdot 5 \Rightarrow -2-4m_2=2{,}5-5m_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{m_2=4{,}5\,kg}$

Γ. · α.α.τ. του m_2

- $(2) \Rightarrow \upsilon_2'=\frac{2\cdot 0{,}5}{0{,}5+4{,}5}\cdot 5\,m/s \Rightarrow \underline{\upsilon_2'=1\,m/s}$

- Θ.Ι.(m_2): $\Sigma F_x=0 \Rightarrow F_{ελ}-w_{2x}=0 \Rightarrow k\cdot\Delta\ell=m_2 g\, ημφ \xRightarrow{\Delta\ell=A} k\cdot A=22{,}5$

$\Rightarrow A=\frac{22{,}5}{k}$ (S.I.) (3)

- $\upsilon_2'=\upsilon_{max}=\omega A=\sqrt{\frac{k}{m_2}}\cdot A \xRightarrow{(3)} 1=\sqrt{\frac{k}{4{,}5}}\cdot\frac{22{,}5}{k} \Rightarrow$

$\Rightarrow 1=\frac{k}{4{,}5}\cdot\frac{22{,}5^2}{k^2} \Rightarrow \underline{k=112{,}5\,N/m}$

$(3) \Rightarrow \underline{A=0{,}2m}$

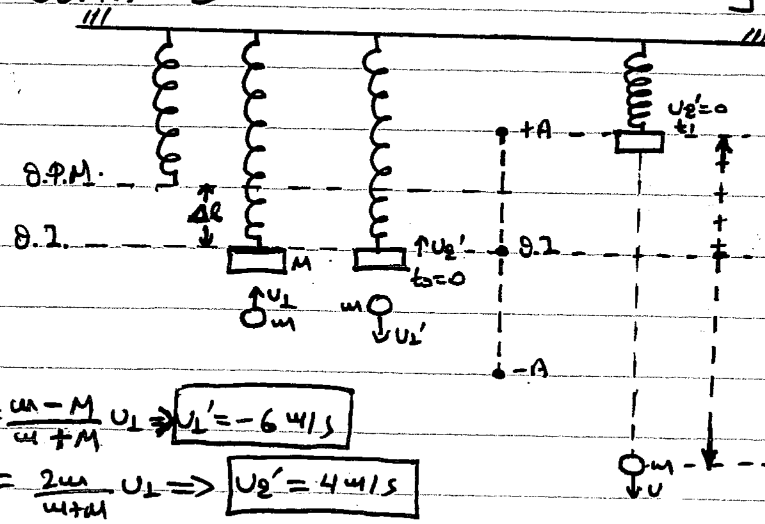
- $\omega=\sqrt{\frac{k}{m_2}} \Rightarrow \underline{\omega=5\,rad/s}$

- $t_0=0$, $x=0$, $\upsilon>0$: $\underline{\phi_0=0}$

Άρα $x=Aημ(\omega t+\phi_0) \Rightarrow \boxed{x=0{,}2ημ5t}$ (S.I.)

Δ. $\Pi\%=\frac{\Delta K_2}{K_1}100\% \Rightarrow \Pi\%=\frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\%=36\%}$

4.11 $M = 4\,kg$, $k = 100\,N/m$, $m = 1\,kg$, $U_1 = 10\,m/s$, ελαστική κρούση



A. • Ελαστική κρούση

$$\begin{cases} \text{Α.Δ.Ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{cases} \xrightarrow{U_2=0} \begin{cases} U_1' = \dfrac{m-M}{m+M} U_1 \Rightarrow \boxed{U_1' = -6\,m/s} \\ U_2' = \dfrac{2m}{m+M} U_1 \Rightarrow \boxed{U_2' = 4\,m/s} \end{cases}$$

B. • α.α.τ. του M

■ $U_2' = U_{max} = \omega A$, $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \Rightarrow \omega = 5\,rad/s$ $\Bigg\} \Rightarrow A = 0{,}8\,m$

■ $t_0 = 0$, $y = 0$, $u > 0$: $\varphi_0 = 0$

Άρα $y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \boxed{y = 0{,}8\eta\mu 5t}$ (S.I.)

Γ. ■ $t_1 = \frac{T}{4}$, $(y = +A)$, $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}4\pi\,s$ $\Bigg\} \Rightarrow t_1 = 0{,}1\pi\,s = 0{,}314\,s$

■ $\dfrac{|F_{ελ}|}{|F_{επ}|} = \dfrac{k\cdot(A-\Delta\ell)}{kA} \Rightarrow \dfrac{|F_{ελ}|}{|F_{επ}|} = \dfrac{A-\Delta\ell}{A}$ (1)

■ θ.Ι.: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{ελ} - W = 0 \Rightarrow k\cdot\Delta\ell = Mg \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}4\,m$

(1) $\Rightarrow \boxed{\dfrac{|F_{ελ}|}{|F_{επ}|} = \dfrac{1}{2}}$

Δ. • κίνηση m μετά την κρούση

$\Sigma F_y = m\alpha \Rightarrow W = m\alpha \Rightarrow mg = m\alpha \Rightarrow \alpha = g = 10\,m/s^2$

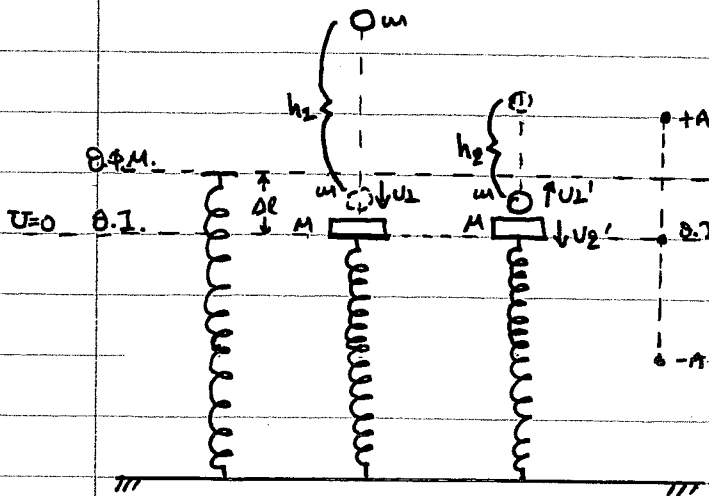
$U = U_0 + \alpha\cdot t \xrightarrow[t_1 = 0{,}314s]{U_0 = U_1'} U = (6 + 10\cdot 0{,}314)\,m/s \Rightarrow \boxed{U = 9{,}14\,m/s}$

4.12 M, $k = 100\,N/m$, $\Delta\ell = 0{,}4\,m$, $m = 1\,kg$, $h_1 = 5\,m$, h_2

A. • κίνηση m (πριν την κρούση)

Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{MHX}^{αρχ} = E_{MHX}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$

$\Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2} m U_1^2 \Rightarrow U_1 = \sqrt{2gh_1} \Rightarrow \boxed{U_1 = 10\,m/s}$



• Θ.Ι. (Μ): $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{ελ} - W = 0$

$\Rightarrow k \cdot \Delta\ell = M \cdot g \Rightarrow \boxed{M = 4\,kg}$

Β. • κρούση ελαστική

$$\left.\begin{array}{l} \text{Α.Δ. Ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{array}\right\} \xrightarrow{υ_2=0} \left\{\begin{array}{l} υ_1' = \dfrac{m-M}{m+M}υ_1 \\ υ_2' = \dfrac{2m}{m+M}υ_1 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} υ_1' = -6\,m/s \\ υ_2' = 4\,m/s \end{array}\right.$$

$$Π\% = \frac{\frac{1}{2}Mυ_2'^2}{\frac{1}{2}mυ_1^2}100\% \Rightarrow Π\% = \frac{4 \cdot 16}{100}100\% \Rightarrow \boxed{Π\% = 64\%}$$

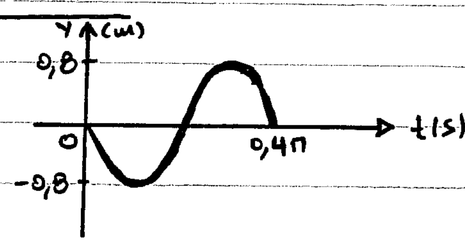
Γ. • α.α.τ. του Μ

$$\left\{\begin{array}{l} υ_2' = υ_{max} = ωA \\ ω = \sqrt{\frac{k}{M}} = 5\,rad/s \end{array}\right. \Rightarrow A = 0{,}8\,m$$

$$y = Aημ(ωt + φ_0) \xrightarrow[y=0]{t_0=0} 0 = Aημφ_0 \Rightarrow ημφ_0 = 0 = ημ0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} φ_0 = 2kπ + 0 \\ φ_0 = 2kπ + π - 0 \end{array}\right. \xrightarrow{k=0}$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} φ_0 = 0\,,\ υ > 0 \\ φ_0 = π\,,\ υ < 0 \end{array}\right. \quad \text{Άρα } φ_0 = π\ rad$$

Άρα $\boxed{y = 0{,}8ημ(5t + π)}$, (S.I.)

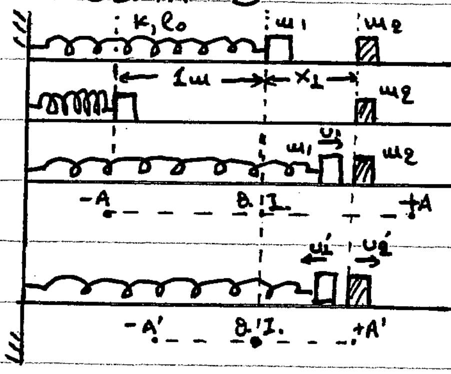


Δ. • κίνηση m (μετά την κρούση)

$$E_{MHX}^{αρχ} = E_{MHX}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mυ_1'^2 = mgh_2 \Rightarrow h_2 = \frac{υ_1'^2}{2g} \Rightarrow \boxed{h_2 = 1{,}8\,m}$$

4.13 $m_1 = 1kg$
$k = 100 N/m$
$\Delta\ell = 1m$, $x_1 = 0,6m$



Α. • α.α.τ. του m_1

▪ $t_0=0$, $x_0=\Delta\ell=1m$, $\upsilon_0=0$

$A=\Delta\ell=1m$

▪ $k=m_1\omega^2 \Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{k}{m_1}}=$

$\Rightarrow \omega = 10 rad/s$

▪ $x = A\eta\mu(\omega t+\phi_0) \xrightarrow[x=-A]{t_0=0} -A = A\eta\mu\phi_0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = -1 = \eta\mu\frac{3\pi}{2}$ ή $\phi_0 = \frac{3\pi}{2}$ rad

Άρα $\boxed{x = \eta\mu(10t+\frac{3\pi}{2})}$, (S.I.)

▪ Α.Δ.Ε. ταλάντωσης: $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow \upsilon_1^2 = \frac{k}{m_1}(A^2-x_1^2)$

$\Rightarrow \upsilon_1 = \pm\omega\sqrt{A^2-x_1^2} \Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 8m/s}$, (κινούμενο προς το +A)

Β. • $\upsilon_1' = -\upsilon_2' \Rightarrow \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 = -\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 \Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3m_1 = m_2 \Rightarrow \boxed{m_2 = 3kg}$

Γ. • $\upsilon_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = -4m/s$

• $\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = 4m/s$

• $\Pi_1\% = \frac{\Delta K_2}{K_1}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi_1\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi_1\% = \frac{3\cdot 16}{64}\cdot 100\%$

$\Rightarrow \boxed{\Pi_1\% = 75\%}$

Δ. • α.α.τ. του m_1 (πριν την κρούση)

$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E = 50J$

• α.α.τ. του m_2 (μετά την κρούση)

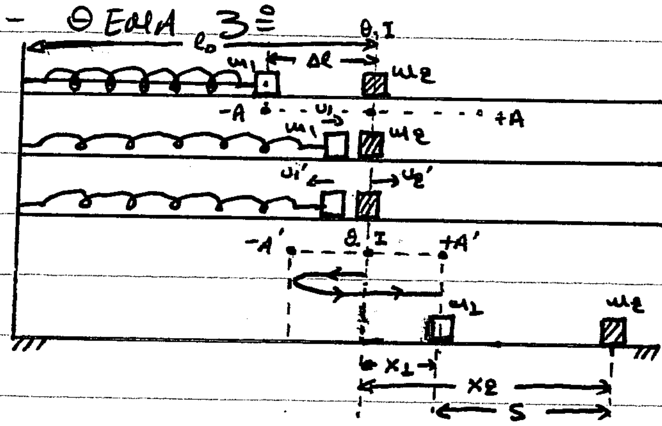
Α.Δ.Ε. Ταλάντωσης: $E' = K + U \Rightarrow E' = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow E' = (8+18)J \Rightarrow E' = 26J$

• $\Pi_2\% = \frac{E-E'}{E}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi_2\% = \frac{50-26}{50}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi_2\% = \frac{24}{50}\cdot 100\%$

$\Rightarrow \boxed{\Pi_2\% = 48\%}$

4.14 $m_1 = 1kg$, $m_2 = 3kg$, $K = 100\,N/m$, $\Delta\ell = 0,2m$, ελαστική κρούση



A. α.α.τ. του m_1 (πριν την κρούση)

■ t, $x_0 = \Delta\ell = 0,2m$, $u_0 = 0$: $\underline{A = \Delta\ell = 0,2m}$

■ $K = m_1\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m_1}} \Rightarrow \underline{\omega = 10\,rad/s}$

■ Η κρούση γίνεται στη θέση ισορροπίας άρα $u_1 = u_{max} \Rightarrow$

$u_1 = \omega A \Rightarrow \boxed{u_1 = 2m/s}$

B. Ελαστική κρούση

$$\begin{cases} \text{Α.Δ. Ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{cases} \xrightarrow{u_2 = 0} \begin{cases} u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \\ u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{u_1' = -1\,m/s} \\ \boxed{u_2' = 1\,m/s} \end{cases}$$

Γ. α.α.τ. του m_1 (μετά την κρούση)

■ Η κρούση γίνεται στη θέση ισορροπίας άρα $u_1' = u'_{max} \Rightarrow$

$u_1' = \omega A' \Rightarrow A' = \frac{|u_1'|}{\omega} \Rightarrow \underline{A' = 0,1m}$

■ $x = A'\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow[x=0]{t_0=0} 0 = A'\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 0 = \eta\mu 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 2k\pi + 0 \\ \varphi_0 = 2k\pi + \pi - 0 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 0 \quad , u > 0 \\ \varphi_0 = \pi \quad , u < 0 \end{cases} \qquad \underline{\varphi_0 = \pi\,rad}$$

Άρα $\boxed{x = 0,1\eta\mu(10t + \pi)}$, (S.I.)

Δ. ■ Το σώμα Σ1 θα σταματήσει στιγμιαία για δεύτερη φορά, όταν φτάσει στη θέση $\underline{x_1 = +A' = 0,1m}$ σε χρόνο $t_1 = \frac{3T}{4} \xrightarrow{T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2\pi s} \underline{t_1 = 0,471s}$.

• κίνηση m_2 (μετά την κρούση).

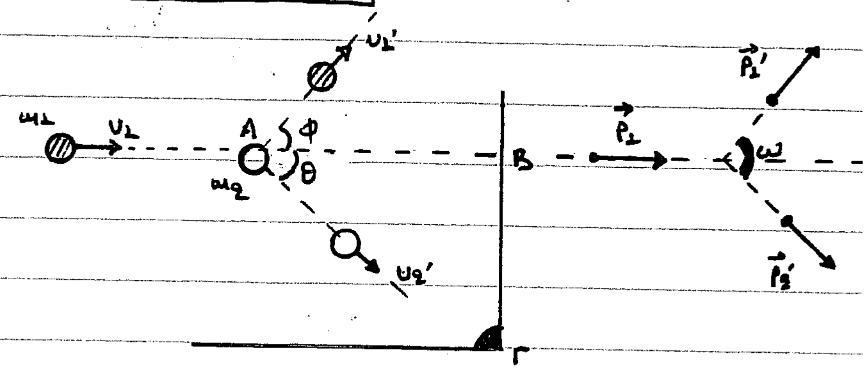
■ Ευθύγραμμη Ομαλή κίνηση ($u_2' = 1m/s$, σταθερή).

$u_2 = \frac{x_2}{t_1} \Rightarrow \underline{x_2 = 0,471m}$

Άρα η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι:

$$S = x_2 - x_1 \Rightarrow \boxed{S = 0{,}371\,m}$$

4.15 $m_1 = m$, $\upsilon_1 = 2\sqrt{3}\ m/s$
$m_2 = m$, $\upsilon_2 = 0$
υ_1', $\varphi = 60^\circ$



Α. • Έκκεντρη ελαστική κρούση

▪ Α.Δ.Ορμής: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}'$

$$p_1^2 = p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1p_2 συνω \Rightarrow m^2\upsilon_1^2 = m^2\upsilon_1'^2 + m^2\upsilon_2'^2 + 2m\upsilon_1 m\upsilon_2 συνω \Rightarrow \upsilon_1^2 = \upsilon_1'^2 + \upsilon_2'^2 + \upsilon_1\upsilon_2 συνω \quad (1)$$

▪ Α.Δ.Μ.Ε.: $E_1 = E_1' + E_2' \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \upsilon_1^2 = \upsilon_1'^2 + \upsilon_2'^2 \quad (2)$$

• $(1) \xRightarrow{(2)} \upsilon_1 \cdot \upsilon_2' συνω = 0 \Rightarrow συνω = 0$ ή $\underline{ω = 90^\circ}$

• $ω = \varphi + \theta \Rightarrow \theta = ω - \varphi \Rightarrow \boxed{\theta = 30^\circ}$

Β. ▪ Α.Δ.Ορμής (xx' άξονας): $p^x_{αρχ} = p^x_{τελ} \Rightarrow m\upsilon_1 = m\upsilon_1' συν\varphi + m\upsilon_2' συν\theta$

$$\Rightarrow \upsilon_1 = \upsilon_1' \frac{1}{2} + \upsilon_2' \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

▪ Α.Δ.Ορμής (yy' άξονας): $p^y_{αρχ} = p^y_{τελ} \Rightarrow 0 = m\upsilon_1' ημ\varphi - m\upsilon_2' ημ\theta$

$$\Rightarrow \upsilon_1' \frac{\sqrt{3}}{2} = \upsilon_2' \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \upsilon_2' = \sqrt{3}\,\upsilon_1' \quad (4)$$

• $(3) \xRightarrow{(4)} 2\sqrt{3} = \frac{\upsilon_1'}{2} + \frac{3\upsilon_1'}{2} \Rightarrow \underline{\upsilon_1' = \sqrt{3}\ m/s}$

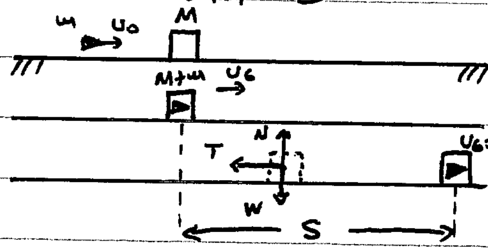
• $(4) \Rightarrow \boxed{\upsilon_2' = 3\ m/s}$

Γ. • $\Delta K_2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}\,0{,}2 \cdot 3^2\ J$ ή $\boxed{\Delta K_2 = 0{,}9\ J}$

Δ. • $\overset{\triangle}{ΑΒΓ}$: $ημ\hat{A} = \frac{(ΒΓ)}{(ΑΓ)} \xRightarrow{(ΑΓ) = 2(ΒΓ)} ημ\hat{A} = \frac{1}{2}$ ή $\hat{A} = 30^\circ$

Αφού $\hat{A} = 30^\circ = \hat{\theta}$ άρα η μπάλα m_2 θα μπει στην τρύπα του μπιλιάρδου

4.16 $M = 9\ kg$, m, $\upsilon_0 = 100\ m/s$, $\upsilon_\sigma = 10\ m/s$



A. • Κρούση ανελαστική (πλαστική)

A.Δ. Ορμής : $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$

$$m\upsilon_0 = (M+m)\upsilon_\sigma \overset{S.I.}{\Rightarrow} 100m = (9+m)\cdot 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100m = 90 + 10m \Rightarrow \boxed{m = 1\ kg}$$

B. $$\Pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)\upsilon_\sigma^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2}\cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi\% = \frac{10000 - 10\cdot 100}{10000}\cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = 90\%}$$

Γ. • $\Delta p_1 = m\upsilon_\sigma - m\upsilon_0 \Rightarrow \boxed{\Delta p_1 = -90\ kg\,m/s}$

• $\Delta p_2 = M\upsilon_\sigma - 0 \Rightarrow \boxed{\Delta p_2 = 90\ kg\,m/s}$

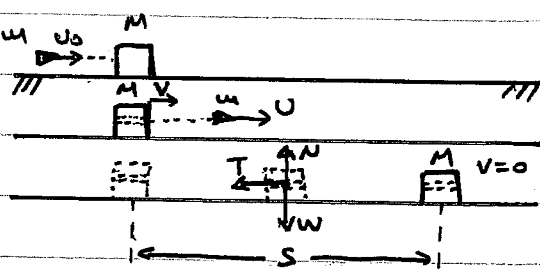
Δ. • Κίνηση συσσωματώματος:

Θ.Μ.Κ.Ε. : $\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow -T\cdot S = -\frac{1}{2}(M+m)\upsilon_\sigma^2$

$$\xRightarrow[T=\mu N = \mu(M+m)g]{\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = w} -\mu(M+m)g\cdot S = -\frac{1}{2}(M+m)\upsilon_\sigma^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{\upsilon_\sigma^2}{2g\cdot S} \Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}5}$$

4.17 $M = 2\ kg$, $m = 0{,}2\ kg$, $\upsilon_0 = 200\ m/s$, $\upsilon = 100\ m/s$, $\mu = 0{,}25$



A. • Κρούση ανελαστική

A.Δ. Ορμής : $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$

$$m\upsilon_0 = m\upsilon + MV \Rightarrow V = \frac{m(\upsilon_0 - \upsilon)}{M} \Rightarrow \boxed{V = 10\ m/s}$$

Β. • $E_{απωλειών} = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow E_{απωλειών} = \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - (\frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mV^2)$

$\Rightarrow E_{απωλειών} = 4000J - 100J - 1000J \Rightarrow \boxed{E_{απωλειών} = 2900J}$

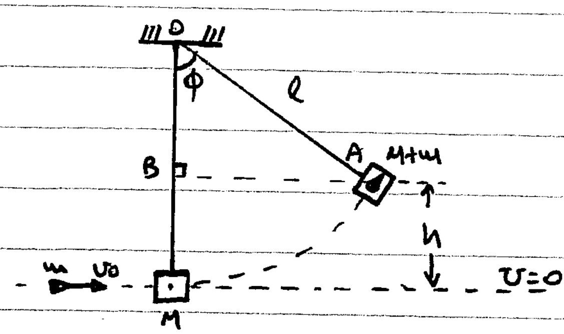
Γ. • $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{MV - 0}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{F = 2 \cdot 10^4 N}$

Δ. • κίνηση του Μ:

ΘΜΚΕ: $\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow -T \cdot S = -\frac{1}{2}MV^2$

$\xrightarrow[T = \mu N = \mu Mg = 5N]{\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w} -5 \cdot S = -\frac{1}{2} 2 \cdot 100 \Rightarrow \boxed{S = 20m}$

4.18 $M = 1950g$, $\ell = 0{,}4m$, $m = 50g$, $\upsilon_0 = 80m/s$, h, $g = 10m/s^2$

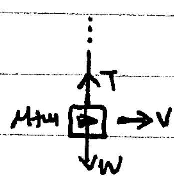


Α. • Κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$m\upsilon_0 = (M+m)V \Rightarrow \boxed{V = 2m/s}$

Β.



$F_K = (M+m)\frac{V^2}{\ell} \xrightarrow{F_K = \Sigma F_y} T - W = (M+m)\frac{V^2}{\ell} \Rightarrow T = (M+m)g + (M+m)\frac{V^2}{\ell}$

$\Rightarrow T = (20 + 20)N \Rightarrow \boxed{T = 40N}$

Γ. • Α.Δ.Μ.Ε: $E_{MHX}^{αρχ} = E_{MHX}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(M+m)V^2 = (M+m)gh \Rightarrow h = \frac{V^2}{2g} \Rightarrow \boxed{h = 0{,}2m}$

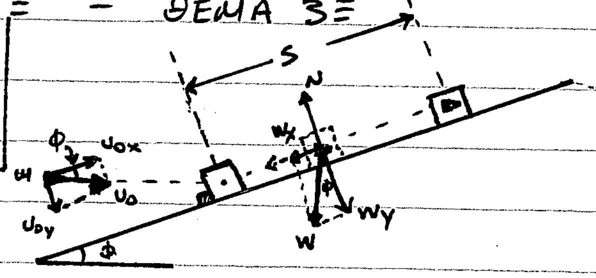
• $\overset{\triangle}{OBA}$: $\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{(OB)}{(OA)} \xrightarrow[(OA) = \ell]{(OB) = \ell - h} \sigma\upsilon\nu\phi = \frac{\ell - h}{\ell} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\phi = \frac{1}{2}$ ή $\boxed{\phi = 60^\circ}$

Δ. $\Pi\% = \frac{K_{αρχ} - K_{τελ}}{K_{αρχ}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)V^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2} 100\% \Rightarrow$

$\Rightarrow \Pi\% = \frac{0{,}05 \cdot 6400 - 2 \cdot 4}{0{,}05 \cdot 6400} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{320 - 8}{320} 100\% \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\Pi\% = 97{,}5\%}$

4.19 $M=4kg$, $φ=30°$, $m=1kg$, $υ_0=10m/s$



A. · κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής (xx' άξονας): $p_{αρχ}^{xx'} = p_{τελ}^{xx'}$

$$m υ_{0x} = (M+m)V \Rightarrow m υ_0 συνφ = (M+m)V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V=\sqrt{3}\, m/s}$$

B. $$Π\% = \frac{K_{αρχ}-K_{τελ}}{K_{αρχ}} \cdot 100\% \Rightarrow Π\% = \frac{\frac{1}{2} m υ_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)V^2}{\frac{1}{2} m υ_0^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Π\% = \frac{100-15}{100} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{Π\% = 85\%}$$

Γ. 1) ΘΜΚΕ: $ΣW = ΔK \Rightarrow W_{w_x} = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow -w_x \cdot S = -\frac{1}{2}(M+m)V^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -(M+m)g \cdot ημφ \cdot S = -\frac{1}{2}(M+m)V^2 \Rightarrow \boxed{S = 0{,}3m}$$

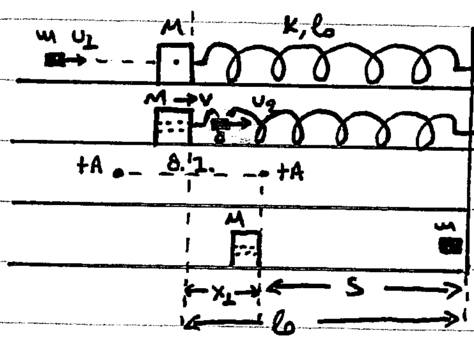
2) Θ.Μ.Κ.Ε.: $ΣW = ΔK \Rightarrow W_T + W_{w_x} = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow -T \cdot S' - w_x \cdot S' = -\frac{1}{2}(M+m)V^2 \Rightarrow$

$$\xrightarrow[T=μ \cdot N = μ \cdot (M+m) g συνφ]{ΣF_y=0 \Rightarrow N=w_y} μ(M+m) g συνφ \cdot S' + (M+m) g ημφ \cdot S' = \frac{1}{2}(M+m)V^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{S' = 0{,}2m}$$

Δ. $$k = \frac{Q}{K_{M+m}} \Rightarrow k = \frac{|W_T|}{\frac{1}{2}(M+m)V^2} \Rightarrow k = \frac{μ(M+m) g συνφ \cdot S'}{\frac{1}{2}(M+m)V^2} \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{3}}$$

4.20 $M=0{,}1kg$, ℓ_0, $m=1g$, $υ_1=200m/s$, $υ_2=\frac{υ_1}{2}$, $k=1000N/m$



A. - κρούση ανελαστική

Α.Δ. Ορμής: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$$m υ_1 = M V + m υ_2 \Rightarrow V = \frac{m(υ_1 - υ_2)}{M} \Rightarrow \boxed{V = 1m/s}$$

B. · α.α.τ. του M

$$\left.\begin{aligned} V &= \upsilon_{max} = \omega A \\ k &= M\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\tfrac{k}{M}} = \underline{100\,rad/s} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{A = 0{,}01\,m}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}02\pi\ s}$$

Γ. · $E_{απωλειών} = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow E_{απωλειών} = \frac{1}{2} m \upsilon_1^2 - \left(\frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} m \upsilon_2^2\right)$

$\Rightarrow E_{απωλειών} = \frac{1}{2} 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^4\,J - \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 1\,J - \frac{1}{2} 10^{-3} \cdot 10^4\,J \Rightarrow$

$\Rightarrow E_{απωλειών} = 20\,J - 0{,}05\,J - 5\,J \Rightarrow \boxed{E_{απωλειών} = 14{,}95\,J}$

Δ. · κίνηση m (μετά την κρούση)

$\upsilon = \frac{x}{t} \xrightarrow[x=\ell_0]{\upsilon=\upsilon_2} \ell_0 = \upsilon_2 \cdot t \Rightarrow \ell_0 = 0{,}5\pi\,m \Rightarrow \boxed{\ell_0 = 1{,}57\,m}$

· α.α.τ. του M

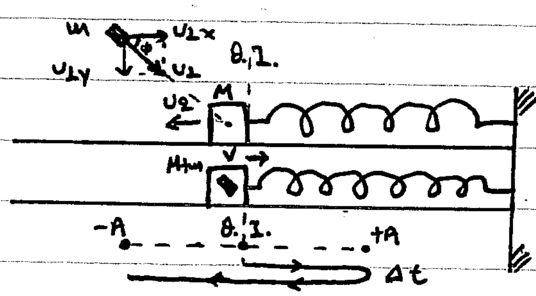
$t_0 = 0 \ ,\ x = 0 \ ,\ \upsilon > 0 \ :\ \underline{\phi_0 = 0}$

$x = 0{,}01\,ημ\,100t \xrightarrow{t = 5\pi \cdot 10^{-3}\,s} x_1 = 0{,}01\,ημ\frac{\pi}{2} \Rightarrow \underline{x_1 = 0{,}01\,m}$

Άρα $S = \ell_0 - x_1 \Rightarrow \boxed{S = 1{,}56\,m}$

4.21

$M = 9\,kg$, $k = 160\,N/m$
$m = 1\,kg$, $\phi = 60^\circ$
$\upsilon_1 = 38\,m/s$
$\upsilon_2 = 1\,m/s$



A. · κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής (xx' άξονας) : $p_{αρχ}^{xx'} = p_{τελ}^{xx'}$

$m\upsilon_{1x} - M \cdot \upsilon_2 = (M+m)V \Rightarrow$

$\Rightarrow m \cdot \upsilon_1 \cdot συνφ - M\upsilon_2 = (M+m)V \Rightarrow \boxed{V = 1\,m/s}$

B. · Η κρούση έγινε στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης η οποία δεν αλλάζει, άρα:

$$\left.\begin{aligned} V &= \upsilon_{max} = \omega A \\ k &= (M+m)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\tfrac{k}{M+m}} = \underline{4\,rad/s} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{A = 0{,}25\,m}$$

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ \Delta t=\frac{3T}{4}\ (x=-A)\\ T=\frac{2\pi}{\omega}\Rightarrow T=\frac{\pi}{2}\,s\end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{\Delta t=\frac{3\pi}{8}\,s}$$

Γ. • α.α.τ. του $M+m$

$t_0=0,\ x=0,\ u>0\ :\ \varphi_0=0$

$$\frac{U}{K}=\frac{\frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}(M+m)u^2}\Rightarrow\frac{U}{K}=\frac{k\cdot A^2\eta\mu^2\omega t}{(M+m)\omega^2A^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t}\Rightarrow\frac{U}{K}=\varepsilon\varphi^2\omega t\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{U}{K}=\varepsilon\varphi^2\cdot 4\cdot\frac{\pi}{24}\Rightarrow\frac{U}{K}=\varepsilon\varphi^2\frac{\pi}{6}\Rightarrow\boxed{\frac{U}{K}=\frac{1}{3}}$$

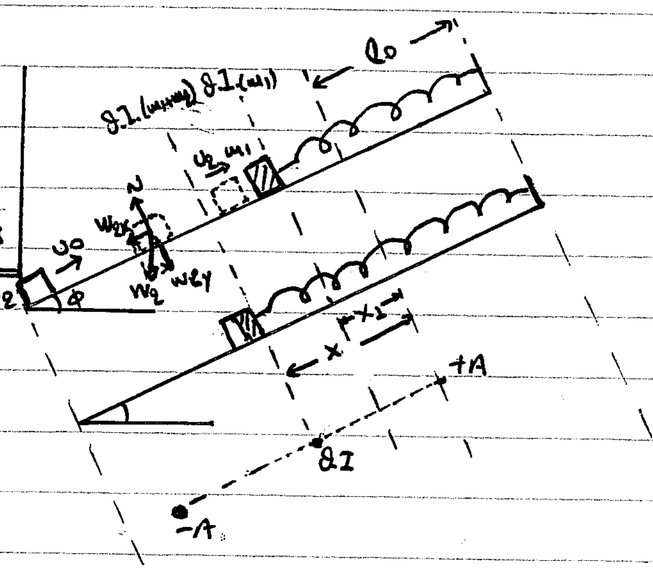
Δ. • $\frac{dp}{dt}=\Sigma F=-k\cdot x=-k\cdot A\eta\mu\omega t\Rightarrow\frac{dp}{dt}=-160\cdot 0{,}25\eta\mu 4\cdot\frac{\pi}{24}\ kgm/s^2$

$$\Rightarrow\frac{dp}{dt}=-40\eta\mu\frac{\pi}{6}\Rightarrow\boxed{\frac{dp}{dt}=-20\ kgm/s^2}$$

4.22 $m_1=2kg,\ \varphi=30^\circ$

$k=100\,N/m,\ m_2=m_1$

$S=1{,}3m,\ u_2=\sqrt{3}\,m/s$



A. • κίνηση m_2 (πριν την κρούση)

<u>ΘΜΚΕ:</u> $\Sigma W=\Delta K\Rightarrow W_{w_{2x}}=K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}\Rightarrow -w_2\eta\mu\varphi\cdot S=\frac{1}{2}m_2u_2^2-$
$-\frac{1}{2}m_2u_0^2\Rightarrow -13=3-u_0^2\Rightarrow\boxed{u_0=4\,m/s}$

B. • κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής : $\vec{p}_{\alpha\rho\chi}=\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$

$m_2u_2=(m_1+m_2)\cdot V\Rightarrow V=\frac{\sqrt{3}}{2}\,m/s$

• $\Pi\%=\frac{K_{\alpha\rho\chi}-K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}\cdot 100\%\Rightarrow\Pi\%=\frac{\frac{1}{2}m_2u_2^2-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_2u_2^2}\cdot 100\%$

$\Pi\% = \frac{6-3}{6} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = 50\%}$

Γ. • α.α.τ. του m_1+m_2.

- Θ.Ι. (m_1): $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} - W_{1x} = 0 \Rightarrow k \cdot x_1 = m_1 g\, ημ\varphi \Rightarrow \underline{x_1 = 0{,}1m}$
- Θ.Ι. (m_1+m_2): $\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{ελ} - W_x = 0 \Rightarrow k \cdot x_2 = (m_1+m_2) g\, ημ\varphi \Rightarrow \underline{x_2 = 0{,}2m}$
- Α.Δ.Ε. ταλάντωσης: $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}k(x_2-x_1)^2 \Rightarrow$

  $\Rightarrow 100A^2 = 3 + 1 \Rightarrow \boxed{A = 0{,}2m}$
- $k = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \Rightarrow \underline{\omega = 5\ rad/s}$
- $x = A\,ημ(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow[x = x_2 - x_1]{t_0 = 0} 0{,}1 = 0{,}2\,ημ\varphi_0 \Rightarrow ημ\varphi_0 = \frac{1}{2} = ημ\frac{\pi}{6} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \varphi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \xrightarrow{k=0} \begin{cases} \varphi_0 = \frac{\pi}{6},\ υ > 0 \\ \varphi_0 = \frac{5\pi}{6},\ υ < 0 \end{cases}$$ δηλαδή $\underline{\varphi_0 = \frac{\pi}{6}\,rad}$

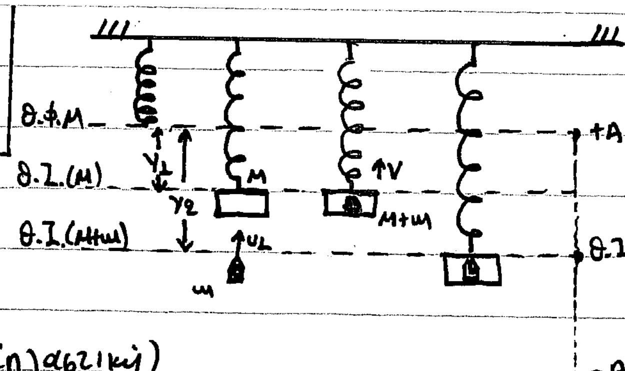
Άρα $\boxed{x = 0{,}2\,ημ(5t + \frac{\pi}{6})}$ ①, (S.I.)

Δ. • ① $\xrightarrow{x=+A} 0{,}2 = 0{,}2\,ημ(5t + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow ημ(5t + \frac{\pi}{6}) = 1 = ημ\frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5t + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 5t + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \xrightarrow{k=0} 5t_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{\pi}{15}\ s}$$

• $\alpha = -\omega^2 \cdot x \xrightarrow{x=+A} \alpha = -5^2 \cdot 0{,}2\ m/s^2 \Rightarrow \boxed{\alpha = -5\ m/s^2}$

4.23 $M = 1kg$, $k = 100\,N/m$
$m = 1kg$, $υ_1 = \sqrt{6}\,m/s$



Α. • κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής: $\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ}$

$m υ_1 = (M+m)V \Rightarrow \underline{V = \frac{\sqrt{6}}{2}\,m/s}$

• α.α.τ. για το $M+m$

- Θ.Ι.(Μ): $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} - W = 0 \Rightarrow k y_1 = Mg \Rightarrow \underline{y_1 = 0{,}1m}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο - ΘΕΜΑ 3ο

- Θ.Ι.$(M+m)$: $\Sigma F=0 \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} - W_{o\lambda} = 0 \Rightarrow k\cdot y_2 = (M+m)g \Rightarrow \underline{y_2 = 0{,}2m}$
- Α.Δ.Ε.Ταλάντωσης: $E = K + U \Rightarrow E = \frac{1}{2}(M+m)V^2 + \frac{1}{2}k(y_2 - y_1)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow E = 1{,}5J + 0{,}5J \Rightarrow \boxed{E = 2J}$

Β. $\cdot F_{\varepsilon\pi} = -k\cdot y \Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -k\cdot A\cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ (1)

- $E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{k}} \Rightarrow \underline{A = 0{,}2m}$
- $k = (M+m)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} \Rightarrow \underline{\omega = 5\sqrt{2}\ rad/s}$
- $y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow[y = y_2 - y_1]{t_0 = 0} 0{,}1 = 0{,}2\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \varphi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \xrightarrow{k=0} \begin{cases} \varphi_0 = \frac{\pi}{6}, & \upsilon > 0 \\ \varphi_0 = \frac{5\pi}{6}, & \upsilon < 0 \end{cases}$$ δηλαδή $\underline{\varphi_0 = \frac{\pi}{6}\ rad}$

(1) $\Rightarrow \boxed{F_{\varepsilon\pi} = -20\eta\mu\left(5\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{6}\right)}$, (S.I.)

Γ. · Τη χρονική στιγμή t_1 που η ταχύτητα του συσσωματώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά θα έχει απομάκρυνση $y = +A$.

- <u>Έργο δύναμης ελατηρίου (συντηρητική δύναμη)</u>

$W_{F\varepsilon\lambda} = -\Delta U = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow W_{F\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k y_1^2 - 0 \Rightarrow \boxed{W_{F\varepsilon\lambda} = 0{,}5J}$

- <u>Έργο δύναμης επαναφοράς</u>

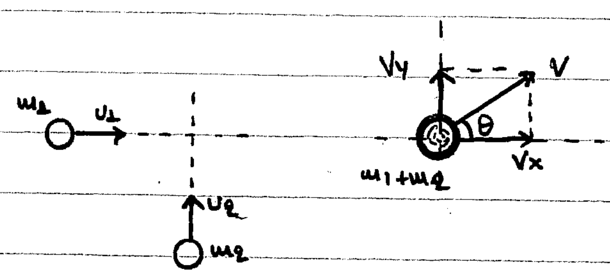
ΘΜΚΕ: $\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow W_{\Sigma F} = \Delta K \Rightarrow W_{F\varepsilon\pi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow$

$\Rightarrow W_{F\varepsilon\pi} = 0 - \frac{1}{2}(M+m)V^2 \Rightarrow \boxed{W_{F\varepsilon\pi} = -1{,}5J}$

4.24

$m_1 = m_2 = 1kg$

$\upsilon_1 = 2m/s$, $\upsilon_2 = 2\sqrt{3}\,m/s$



Α. · κρούση ανελαστική (πλαστική)

- Α.Δ.Ορμής (xx' άξονας): $p^{xx'}_{\alpha\rho\chi} = p^{xx'}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon_1 = (m_1+m_2)V_x \Rightarrow \underline{V_x = 1\frac{m}{s}}$
- Α.Δ.Ορμής (yy' άξονας): $p^{yy'}_{\alpha\rho\chi} = p^{yy'}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)\cdot V_y \Rightarrow \underline{V_y = \sqrt{3}\,m/s}$
- $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \Rightarrow \boxed{V = 2m/s}$

$\varepsilon\varphi\theta = \frac{V_y}{V_x} = \sqrt{3}$ ή $\underline{\theta = 60^\circ}$

Β. $\Pi\% = \frac{\Delta K}{K_{αρχ}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{K_{τελ} - K_{αρχ}}{K_{αρχ}} \cdot 100\% \Rightarrow$

$\Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 - (\frac{1}{2}m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2 υ_2^2)}{\frac{1}{2}m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2 υ_2^2} \cdot 100\% \Rightarrow$

$\Rightarrow \Pi\% = \frac{4+12-8}{4+12} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = -50\%}$

Γ. · κίνηση του m_1+m_2

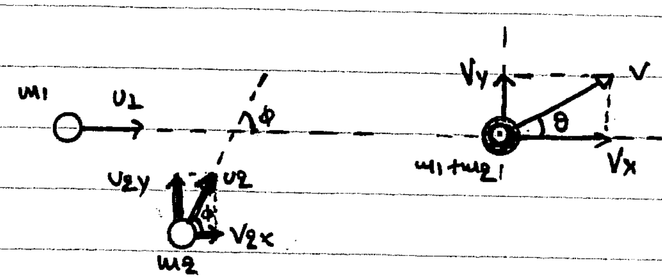
ΘΜΚΕ: $\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow -T \cdot S = -\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 \Rightarrow$

$\xrightarrow[T=\mu \cdot N = 4\,N]{\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = (m_1+m_2)g} 4 \cdot S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{S = 1\,m}$

Δ. · $\Sigma F = (m_1+m_2) \cdot α \Rightarrow -T = (m_1+m_2) \cdot α \Rightarrow \underline{α = -2\,m/s^2}$

· $t = \frac{V}{|α|} \Rightarrow \boxed{t = 1\,s}$

4.25 $m_1 = 1\,kg$, $υ_1 = 6\,m/s$
$m_2 = 2\,kg$, $υ_2 = 3\,m/s$
$φ = 60°$
πλαστική κρούση



Α. · κρούση ανελαστική (πλαστική)

■ Α.Δ.Ορμής (άξονας xx'): $p_{αρχ}^{xx'} = p_{τελ}^{xx'} \Rightarrow m_1υ_1 + m_2υ_{2x} = (m_1+m_2)V_x$

$\Rightarrow m_1υ_1 + m_2υ_2 συνφ = (m_1+m_2)V_x \Rightarrow \underline{V_x = 3\,m/s}$

■ Α.Δ.Ορμής (άξονας yy'): $p_{αρχ}^{yy'} = p_{τελ}^{yy'} \Rightarrow m_2υ_{2y} = (m_1+m_2)V_y$

$\Rightarrow m_2υ_2 ημφ = (m_1+m_2)V_y \Rightarrow \underline{V_y = \sqrt{3}\,m/s}$

■ $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \Rightarrow \boxed{V = 2\sqrt{3}\,m/s}$

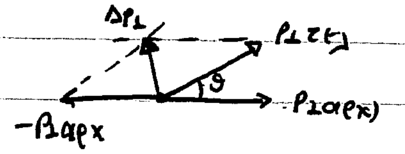
$εφθ = \frac{V_y}{V_x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ή $\underline{θ = 30°}$

Β. $k = \frac{K_{αρχ} - K_{τελ}}{K_{αρχ}} = \frac{\frac{1}{2}m_1υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2υ_2^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2υ_2^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow k = \frac{36+18-36}{36+18} \Rightarrow k = \frac{18}{54} \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{3}}$

Γ. · Σώμα m_1:

$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1\tau\varepsilon\lambda} + (-\vec{p}_{1\alpha\rho\chi})$



$|\Delta p_1| = \sqrt{p_{1\alpha\rho\chi}^2 + p_{1\tau\varepsilon\lambda}^2 + 2p_{1\alpha\rho\chi}\cdot p_{1\tau\varepsilon\lambda}\,\sigma\upsilon\nu(\pi-\theta)} \Rightarrow$

$|\Delta p_1| = \sqrt{36+12+2\cdot 6\cdot 2\sqrt{3}\,\sigma\upsilon\nu(\pi-\frac{\pi}{6})} \Rightarrow$

$|\Delta p_1| = \sqrt{48-36} \Rightarrow \boxed{|\Delta p_1| = 2\sqrt{3}\ kg\,m^2/s}$

· Α.Δ.Ορμής: $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$

$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1\,' + \vec{p}_2\,' \Rightarrow \vec{p}_1 - \vec{p}_1\,' = \vec{p}_2\,' - \vec{p}_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta p_2 = -\Delta p_1$ ή $\boxed{|\Delta p_2| = |\Delta p_1| = 2\sqrt{3}\ kg\,m^2/s}$

Δ. $\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{2\sqrt{3}}{10^{-3}} N \Rightarrow \boxed{F = 2\sqrt{3}\cdot 10^{3} N}$

4.26

S (πηγή)	u_s
Α (παρατηρητής)	$u_A = 0$
$f_s = 1200 Hz$	Δt_s
$f_A = 1360 Hz$	$\Delta t_A = 15s$

Α. S → u_s A

$f_A = \frac{u}{u-u_s} f_s \Rightarrow u - u_s = u\frac{f_s}{f_A} \Rightarrow$

$\Rightarrow u_s = u\left(1 - \frac{f_s}{f_A}\right) \Rightarrow \boxed{u_s = 40 m/s}$

Β. · $\lambda_A = \lambda - u_s\cdot T \Rightarrow \lambda_A = \lambda - \frac{u_s}{f_s} \xRightarrow{u=\lambda\cdot f_s \Rightarrow \lambda = u/f_s} \lambda_A = \frac{u-u_s}{f_s} \Rightarrow \boxed{\lambda_A = 0{,}25m}$

· $\begin{cases} f_A = \frac{N}{\Delta t_A} \\ f_s = \frac{N}{\Delta t_s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = f_A\cdot\Delta t_A \\ N = f_s\cdot\Delta t_s \end{cases} \Rightarrow f_s\cdot\Delta t_s = f_A\cdot\Delta t_A \Rightarrow \Delta t_s = \frac{f_A}{f_s}\cdot\Delta t_A$

$\Rightarrow \boxed{\Delta t_s = 17s}$

Γ. · $f_s = \frac{N_s}{\Delta t} \Rightarrow N_s = f_s\cdot\Delta t \xRightarrow{\Delta t = 10s} \boxed{N_s = 12000}$

· $f_A = \frac{N_A}{\Delta t} \Rightarrow N_A = f_A\cdot\Delta t \xRightarrow{\Delta t = 10s} \boxed{N_A = 13600}$

Δ. A   S → u_s' $f_A' = \frac{u}{u+u_s'} f_s \Rightarrow \boxed{f_A' = 1020 Hz}$

4.27

D	$t = 17s$
$u_{\eta\chi} = 340 m/s$	

· Πληροφορίες από γραφική παράσταση $f_A = f(t)$.

- $t = 17s$, ο χρόνος για να διανύσει την απόσταση D
- $f_A = f_s = 500Hz$, η συχνότητα που αντιλαμβάνεται

την στιγμή $t_0=0$ ο παρατηρητής A είναι ίση με τη συχνότητα της πηγής S (αφού $υ_0=0$).

- $f_A=550Hz$, η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρ A όταν τη στιγμή $t=17s$ φτάνει στην πηγή με ταχύτητα $υ_A$.

A. • $f_A = \frac{υ+υ_A}{υ}\cdot f_s \Rightarrow υ+υ_A = υ\cdot\frac{f_A}{f_s} \Rightarrow υ_A = υ\left(\frac{f_A}{f_s}-1\right) \Rightarrow \boxed{υ_A=34\,m/s}$

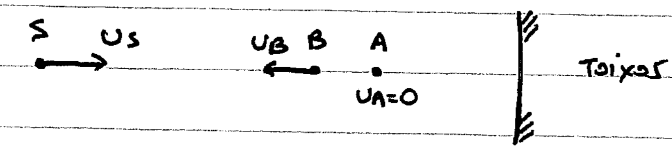
B. • $υ_A = a\cdot t \Rightarrow a=\frac{υ_A}{t} \Rightarrow \boxed{a=2\,m/s^2}$

Γ. • $υ=λ\cdot f_s \Rightarrow λ=\frac{υ}{f_s} \Rightarrow λ=\frac{340}{500}\,m \Rightarrow \boxed{λ=0{,}68m}$

Δ. • Γραφική παράσταση $f_A=f(t)$:

Εμβαδό = ΔN $\Rightarrow ΔN=\frac{550+500}{2}\cdot 17 \Rightarrow \boxed{ΔN=8925}$

4.28 $υ_s=40\,m/s$, f_s, $Δt_s=17s$
A: $υ_A=0$, f_A, $Δt_A$
B: $υ_B=10\,m/s$, $f_B=700Hz$, $Δt_B$
$υ_{ηχ}=340\,m/s$



A. • $f_B=\frac{υ+υ_B}{υ-υ_s}f_s \Rightarrow f_s=f_B\cdot\frac{υ-υ_s}{υ+υ_B} \Rightarrow \boxed{f_s=600Hz}$

B. • $f_A=\frac{υ}{υ-υ_s}f_s \Rightarrow \underline{f_A=680Hz}$

• $\begin{cases} f_s=\frac{N}{Δt_s} \\ f_A=\frac{N}{Δt_A}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N=f_s\cdot Δt_s \\ N=f_A\cdot Δt_A\end{cases} \Rightarrow f_A\cdot Δt_A=f_sΔt_s \Rightarrow Δt_A=\frac{f_s}{f_A}Δt_s$

$\Rightarrow \boxed{Δt_A=15s}$

Γ. • $λ_A=λ-υ_s\cdot T \Rightarrow λ_A=\frac{υ}{f_s}-\frac{υ_s}{f_s} \Rightarrow λ_A=\frac{υ-υ_s}{f_s} \Rightarrow \boxed{λ_A=0{,}5m}$

• $υ_B^{(ηχ)}=υ+υ_B \Rightarrow υ_B^{(ηχ)}=340\,m/s+10\,m/s \Rightarrow \boxed{υ_B^{(ηχ)}=350\,m/s}$

Δ. • $f_{τοίχου}=\frac{υ}{υ-υ_s}f_s \Rightarrow \underline{f_{τοίχου}=680Hz}$

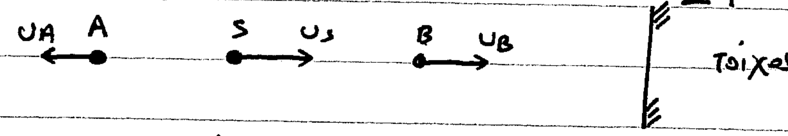
• $f_A'=f_{τοίχου} \Rightarrow \boxed{f_A'=680Hz}$

• $f_B'=\frac{υ-υ_B}{υ}f_{τοίχου} \Rightarrow \boxed{f_B'=660Hz}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο - ΘΕΜΑ 3ο

4.29

$U_s = 20\,m/s$, $f_s = 1280\,Hz$
$U_A = U_B = U_0$
$|f_A' - f_B'| = 20\,Hz$



$f_{τοίχου} = \frac{U}{U-U_s} f_s \Rightarrow \underline{f_{τοίχου} = 1360\,Hz}$

A. $\left.\begin{aligned} f_A' &= \frac{U-U_0}{U} f_{τοίχου} \\ f_B' &= \frac{U+U_0}{U} f_{τοίχου} \end{aligned}\right\} \Rightarrow f_B' - f_A' = 20\,Hz \xrightarrow{S.I.} \frac{340+U_0}{340}\cdot 1360 - \frac{340-U_0}{340}\cdot 1360 = 20 \Rightarrow \boxed{U_0 = 2,5\,m/s}$

B. • $f_A' = \frac{340-2,5}{340}\cdot 1360\,Hz \Rightarrow \boxed{f_A' = 1350\,Hz}$

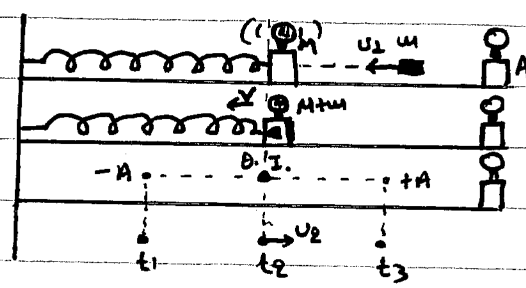
• $f_B' = \frac{340+2,5}{340}\cdot 1360\,Hz \Rightarrow \boxed{f_B' = 1370\,Hz}$

Γ. $f_B = \frac{U-U_B}{U+U_s} f_s \Rightarrow \boxed{f_B = 1350\,Hz}$

Δ. $f_{δ(B)} = |f_B - f_B'| = 20\,Hz > 10\,Hz$ άρα δεν θα ακούσει το διακρότημα ο παρατηρητής B.

4.30

$M = 9\,kg$, $k = 160\,N/m$
$m = 1\,kg$, $U_1 = 10\,m/s$
$U_{ηχ} = 340\,m/s$, $g = 10\,m/s^2$



A. • Κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής: $\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ}$

$mU_1 = (M+m)V \Rightarrow \underline{V = 1\,m/s}$

1) Α.Δ. Ενέργειας: $E_{απωλειών} = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow E_{απωλειών} = \frac{1}{2} mU_1^2 - \frac{1}{2}(M+m)V^2 \Rightarrow \boxed{E_{απωλειών} = 45\,J}$

2) • α.α.τ. του $(M+m)$

■ $\left.\begin{aligned} &V = U_{max} = \omega A \\ &k = (M+m)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} \Rightarrow \underline{\omega = 4\,rad/s} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \underline{A = 0,25\,m}$

■ $x = Aημ(\omega t + φ_0) \xrightarrow[x=0]{t_0=0} 0 = Aημφ_0 \Rightarrow ημφ_0 = 0 = ημ0 \Rightarrow \begin{cases} φ_0 = 2kπ + 0 \\ φ_0 = 2kπ + π - 0 \end{cases}$

$\xrightarrow{\kappa=0} \begin{cases} \phi_0=0 \ , \ \upsilon>0 \\ \phi_0=\pi \ , \ \upsilon<0 \end{cases}$, δηλαδή $\underline{\phi_0=\pi \text{ rad}}$

Άρα $\left.\begin{aligned} \upsilon=\upsilon_{max}\,\sigma\upsilon\nu(\omega t+\phi_0) \\ \upsilon_{max}=\omega A=1\,m/s \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\upsilon=\sigma\upsilon\nu(4t+\pi)}$ ①, (S.I.)

B. • ① $\xrightarrow{t_1=\frac{\pi}{8}s}$ $\upsilon_1=\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2}+\pi) = \sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{2}$ ή $\underline{\upsilon_1=0}$

• ① $\xrightarrow{t_2=\frac{\pi}{4}s}$ $\upsilon_2=\sigma\upsilon\nu(\pi+\pi) = \sigma\upsilon\nu\,2\pi$ ή $\underline{\upsilon_2=1\,m/s}$

• ① $\xrightarrow{t_3=\frac{3\pi}{8}s}$ $\upsilon_3=\sigma\upsilon\nu(\frac{3\pi}{2}+\pi) = \sigma\upsilon\nu\,2{,}5\pi = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}$ ή $\underline{\upsilon_3=0}$

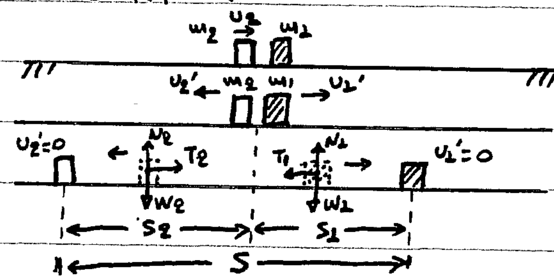
1) • $f_{A1}=f_s \Rightarrow \boxed{f_{A1}=339\,Hz}$

• $f_{A2}=\frac{\upsilon}{\upsilon-\upsilon_2}f_s \Rightarrow \boxed{f_{A2}=340\,Hz}$

• $f_{A3}=f_s \Rightarrow \boxed{f_{A3}=339\,Hz}$

2) t_2 : $\lambda_A=\lambda-\upsilon_s T \Rightarrow \lambda_A=\frac{\upsilon}{f_s}-\frac{\upsilon_s}{f_s} \Rightarrow \lambda_A=\frac{\upsilon-\upsilon_2}{f_s} \Rightarrow \boxed{\lambda_A=1\,m}$

4.1. $m_2=1kg$, $υ_2$
$m_1=6kg$, $υ_1=0$
$ΔK_2=-48J$



A. • Κρούση Ελαστική

$$\begin{cases} \text{Α.Δ. Ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{cases} \xrightarrow{υ_1=0} \begin{cases} υ_2'=\dfrac{m_2-m_1}{m_2+m_1}υ_2 \\ υ_1'=\dfrac{2m_2}{m_2+m_1}υ_2 \end{cases} \xRightarrow{S.I.} \begin{cases} υ_2'=\dfrac{-5}{7}υ_2 \quad (1) \\ υ_1'=\dfrac{2}{7}υ_2 \quad (2) \end{cases}$$

• $ΔK_2=K_2'-K_2 \Rightarrow ΔK_2=\frac{1}{2}m_2υ_2'^2-\frac{1}{2}m_2υ_2^2 \xRightarrow{(1)} -48=\frac{1}{2}\cdot\frac{25}{49}υ_2^2-\frac{1}{2}υ_2^2$

$\Rightarrow -96=\frac{25υ_2^2}{49}-υ_2^2 \Rightarrow -96=\left(\frac{25}{49}-\frac{49}{49}\right)υ_2^2 \Rightarrow -96=-\frac{24}{49}υ_2^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow υ_2^2=196 \Rightarrow \boxed{υ_2=14m/s}$

B. • (1) $\Rightarrow$ $υ_2'=-10m/s$

• (2) $\Rightarrow$ $υ_1'=4m/s$

• $Δp_2=p_2'-p_2 \Rightarrow Δp_2=[1\cdot(-10)-1\cdot14]kgm/s \Rightarrow \boxed{Δp_2=-24kgm/s}$

Γ. • $F=\frac{Δp_1}{Δt}=\frac{m_1υ_1'-0}{Δt} \Rightarrow \boxed{F=2400N}$

Δ. • Κίνηση m_1 (μετά την κρούση)

ΘΜΚΕ: $ΣW_F=ΔK \Rightarrow W_T=K_{τελ}-K_{αρχ} \Rightarrow -T_1S_1=-\frac{1}{2}m_1υ_1'^2 \Rightarrow$

$\xRightarrow[T_1=μN_1=12N]{ΣF_y=0 \Rightarrow N_1=w_1=m_1g} -12\cdot S_1=-\frac{1}{2}\cdot6\cdot16 \Rightarrow S_1=4m$

• Κίνηση m_2 (μετά την κρούση)

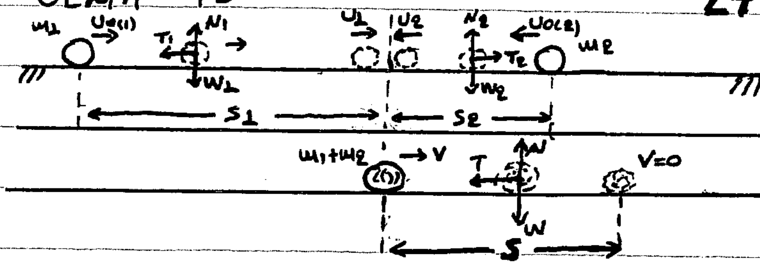
ΘΜΚΕ: $ΣW_F=ΔK \Rightarrow W_T=K_{τελ}-K_{αρχ} \Rightarrow -T_2S_2=-\frac{1}{2}m_2υ_2'^2 \Rightarrow$

$\xRightarrow[T_2=μN_2=2N]{ΣF_y=0 \Rightarrow N_2=w_2=m_2g} -2\cdot S_2=-\frac{1}{2}\cdot1\cdot100 \Rightarrow S_2=25m$

Άρα $S=S_1+S_2 \Rightarrow \boxed{S=29m}$

4.2

$m_1 = 0{,}4\,kg$, $\upsilon_{0(1)} = 24\,m/s$
$m_2 = 0{,}6\,kg$, $\upsilon_{0(2)} = 9\,m/s$
$\mu = 0{,}2$, S , $t = 2s$
πλαστική κρούση



A. • κίνηση m_1 (πριν την κρούση)

- $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 - w_1 = 0 \Rightarrow \underline{N_1 = m_1 g = 4N}$
- $T_1 = \mu N_1 \Rightarrow \underline{T_1 = 0{,}8N}$
- $\Sigma F_x = m_1 \cdot a_1 \Rightarrow -T_1 = 0{,}4\, a_1 \Rightarrow \underline{a_1 = -2\, m/s^2}$
- $S_1 = \upsilon_{0(1)} t - \frac{1}{2}|a_1| t^2 \xrightarrow{t=2s} \underline{S_1 = 44m}$
- $\upsilon_1 = \upsilon_{0(1)} - |a_1| t \xrightarrow{t=2s} \underline{\upsilon_1 = 20\, m/s}$

• κίνηση m_2 (πριν την κρούση)

- $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 - w_2 = 0 \Rightarrow \underline{N_2 = m_2 g = 6N}$
- $T_2 = \mu \cdot N_2 \Rightarrow \underline{T_2 = 1{,}2N}$
- $\Sigma F_x = m_2 a_2 \Rightarrow -T_2 = m_2 \cdot a_2 \Rightarrow \underline{a_2 = -2\, m/s^2}$
- $S_2 = \upsilon_{0(2)} t - \frac{1}{2}|a_2| t^2 \xrightarrow{t=2s} \underline{S_2 = 14m}$
- $\upsilon_2 = \upsilon_{0(2)} - |a_2| t \xrightarrow{t=2s} \underline{\upsilon_2 = 5\, m/s}$

Άρα $S = S_1 + S_2 \Rightarrow S = 44m + 14m \Rightarrow \boxed{S = 58m}$

B. • κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής : $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$$m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 = (m_1 + m_2) V \Rightarrow \boxed{V = 5\, m/s}$$

Γ. • Α.Δ. Ενέργειας : $K_{αρχ} = K_{τελ} + E_{απωλειών} \Rightarrow E_{απωλ.} = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow$

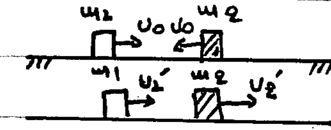
$\Rightarrow E_{απωλ.} = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V^2 \Rightarrow \boxed{E_{απωλ.} = 75\, J}$

Δ. • κίνηση του $m_1 + m_2$ (μετά την κρούση)

ΘΜΚΕ : $\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow -T \cdot S = -\frac{1}{2}(m_1 + m_2) V^2 \Rightarrow$

$\xrightarrow[T = \mu N = \mu (m_1 + m_2) g]{\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w} \mu (m_1 + m_2) g \cdot S = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V^2 \Rightarrow \boxed{S = 6{,}25m}$

4.3 $m_1 = 2kg$, $m_2 = 1kg$
$u_0 = 3\,m/s$
ελαστική κρούση

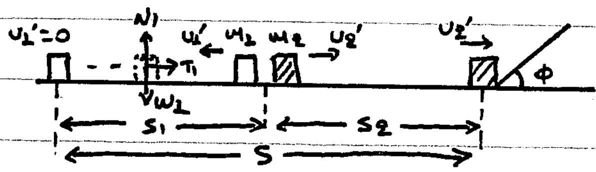
Α. 

· Κρούση ελαστική $\begin{cases} \text{Α.Δ.Ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1' = \dfrac{2m_2}{m_1+m_2}u_2 + \dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1 \xrightarrow[u_2=-u_0]{u_1=u_0} \boxed{u_1' = -1\,m/s} \\ u_2' = \dfrac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 + \dfrac{m_2-m_1}{m_1+m_2}u_2 \xrightarrow[u_2=-u_0]{u_1=u_0} \boxed{u_2' = 5\,m/s} \end{cases}$$

Β. · $\Delta K_2 = K_2' - K_2 \Rightarrow \Delta K_2 = \frac{1}{2}m_2u_2'^2 - \frac{1}{2}m_2u_0^2 \Rightarrow \boxed{\Delta K_2 = 8J > 0}$

Άρα ενέργεια ίση με 8J μεταφέρθηκε από το m_1 στο m_2.

Γ. 

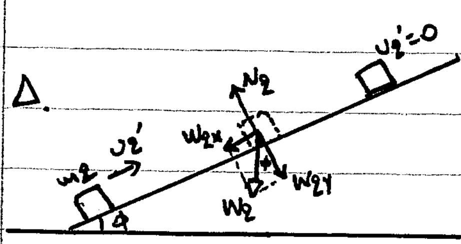
• κίνηση m_1 (μετά την κρούση)

- $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 - W_1 = 0 \Rightarrow \underline{N_1 = m_1 g = 20N}$
- $T_1 = \mu N_1 \Rightarrow \underline{T_1 = 2N}$
- $\Sigma F_x = m_1 a \Rightarrow a = \frac{-T}{m_1} \Rightarrow \underline{a = -1\,m/s^2}$
- $u = u_0 - |a|t \xrightarrow{u=0} t = \frac{u_1'}{|a|} \Rightarrow \underline{t = 1s}$
- $S_1 = \frac{u_0^2}{2|a|} \Rightarrow \underline{S_1 = 0,5m}$

• κίνηση m_2 (μετά την κρούση)

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση : $u_2' = \frac{S_2}{t} \xrightarrow{t=1s} \underline{S_2 = 5m}$

Άρα $S = S_1 + S_2 \Rightarrow \boxed{S = 5,5m}$

Δ. 

• κίνηση m_2 στο κεκλιμένο επίπεδο:

<u>ΘΜΚΕ</u>: $\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow W_{W_{2x}} = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow$

$-W_{2x} \cdot S_2' = -\frac{1}{2}m_2u_2'^2 \Rightarrow$

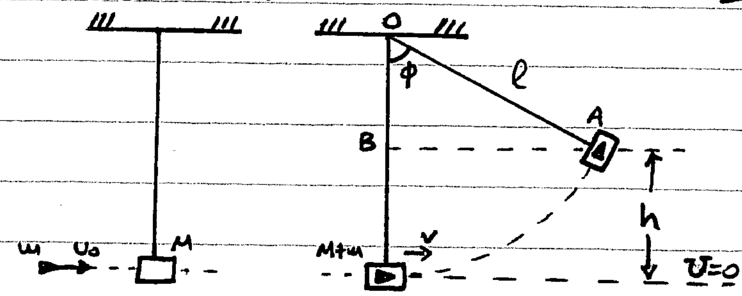
$m_2 g \cdot ημφ\, S_2' = \frac{1}{2}m_2u_2'^2 \Rightarrow \boxed{S_2' = 2,5m}$

4.4

$M = 1{,}9\ kg$, $\ell = 0{,}9m$

$m = 0{,}1\ kg$, υ_0

$\phi = 60^\circ$



A. • $\overset{\Delta}{OBA}$: $\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{(OB)}{(OA)} \Rightarrow (OB) = \ell\sigma\upsilon\nu\phi \Rightarrow \underline{(OB) = 0{,}45m}$

• $h = \ell - (OB) \Rightarrow \boxed{h = 0{,}45m}$

B. • κίνηση $M+m$ μετά την κρούση

Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{MHX}^{\alpha\rho\chi} = E_{MHX}^{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(M+m)V^2 = (M+m)gh \Rightarrow V = \sqrt{2gh} \Rightarrow \boxed{V = 3\ m/s}$

• κρούση ανελαστική (πλαστική)

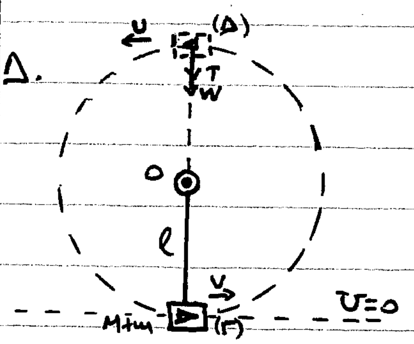
Α.Δ. Ορμής: $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$

$m\upsilon_0 = (M+m)V \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{M+m}{m}V \Rightarrow \boxed{\upsilon_0 = 60\ m/s}$

Γ. $\Pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)V^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2} \cdot 100\% \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\Pi\% = 95\%}$

Δ.



• Θέση (Δ): $F_\kappa = (M+m)\frac{\upsilon^2}{\ell} \Rightarrow T + w = (M+m)\frac{\upsilon^2}{\ell}$

$\xRightarrow{T=0} (M+m)g = (M+m)\frac{\upsilon_{o\rho}^2}{\ell} \Rightarrow \underline{\upsilon_{o\rho} = \sqrt{g\ell}}$ (1)

• Κίνηση $(M+m)$ από θέση (Γ) σε θέση (Δ):

ΑΔΜΕ: $E_{MHX}^{\alpha\rho\chi} = E_{MHX}^{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(M+m)V^2 = \frac{1}{2}(M+m)\upsilon_{o\rho}^2 + (M+m)g2\ell \xRightarrow{(1)} \frac{1}{2}V^2 = \frac{1}{2}g\ell + g\cdot 2\ell \Rightarrow$

$\Rightarrow V^2 = g\ell + 4g\ell \Rightarrow 5g\ell = V^2 \Rightarrow \ell = \frac{V^2}{5g} \Rightarrow \boxed{\ell = 0{,}18m}$

4.5

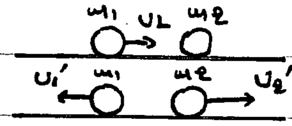
$m_1=1kg$, u_1

m_2, $u_2=0$

Ελαστική κρούση

αντίθετες ταχύτητες

A.



• Ελαστική κρούση

$$\begin{cases} \text{Α.Δ.Ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{cases} \xrightarrow{u_2=0} \begin{cases} u_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1 \\ u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 \end{cases}$$

Μετά την κρούση τα σώματα έχουν αντίθετες ταχύτητες:

$$u_1' = -u_2' \Rightarrow \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1 = -\frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 \Rightarrow m_2 = 3m_1 \Rightarrow \boxed{m_2 = 3\,kg}$$

B. • $u_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1 \Rightarrow u_1' = -\frac{u_1}{2}$ (1)

• $u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1 \Rightarrow u_2' = \frac{u_1}{2}$ (2)

$$\Pi\% = \frac{\Delta K_2}{K_1}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}m_2u_2'^2}{\frac{1}{2}m_1u_1^2}\cdot 100\% \xRightarrow{(2)} \Pi\% = \frac{3\cdot\frac{u_1^2}{4}}{1\cdot u_1^2}\cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \boxed{\Pi\% = 75\%}$$

Γ. • (1) $\Rightarrow \boxed{u_1' = -4\,m/s}$

• (2) $\Rightarrow \boxed{u_2' = 4\,m/s}$

Δ.1) • Κρούση ανελαστική (πλαστική)

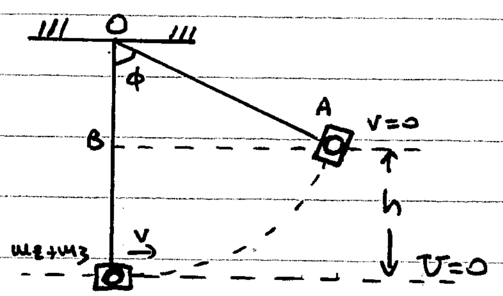
Α.Δ.Ορμής: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$$m_2u_2' = (m_2+m_3)V \Rightarrow \underline{V = 3\,m/s}$$

$$\bullet\ \Pi\% = \frac{E_{απωλειών}}{K_{αρχ}}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}m_2u_2'^2 - \frac{1}{2}(m_2+m_3)V^2}{\frac{1}{2}m_2u_2'^2}\cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Pi\% = \frac{3\cdot 16 - 4\cdot 9}{3\cdot 16}\cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = 25\%}$$

2)



• Κίνηση m_2+m_3, (μετά την κρούση)

Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{ΜΗΧ}^{αρχ} = E_{ΜΗΧ}^{τελ} \Rightarrow$

$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$\frac{1}{2}(m_2+m_3)V^2 = (m_2+m_3)gh \Rightarrow \underline{h = 0{,}45\,m}$

$$\bullet\ O\hat{B}A:\ συνφ = \frac{(OB)}{(OA)} \xrightarrow[(OA)=\ell]{(OB)=\ell-h} συνφ = \frac{\ell-h}{\ell} \Rightarrow συνφ = \frac{1}{2}\ \text{ή}\ \boxed{φ = 60^\circ}$$

4.6

$m_2 = 2kg$, k
$m_1 = 2kg$, $h = 1{,}8m$
$x = 0{,}1ημ10t$, (S.I.)
$t = \frac{\pi}{10}s$, ελαστική κρούση

A. • α.α.τ. του m_2

$$\begin{cases} x = 0{,}1ημ10t \\ x = Aημ(\omega t + \varphi_0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cdot\ \underline{A = 0{,}1m} \\ \cdot\ \underline{\omega = 10\ rad/s} \end{cases}, \underline{\varphi_0 = 0}$$

1) $k = m_2 \cdot \omega^2 \Rightarrow \boxed{k = 200\,N/m}$

2) $E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \boxed{E = 1J}$

B. • Κίνηση m_1 στο κεκλιμένο επίπεδο

<u>Α.Δ.Μ.Ε.</u>: $E_{μηχ}^{αρχ} = E_{μηχ}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_1 g h = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow \underline{v_1 = 6m/s}$

• Κίνηση m_1 στο οριζόντιο επίπεδο (πριν την κρούση)
Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση (v_1 = σταθ.)

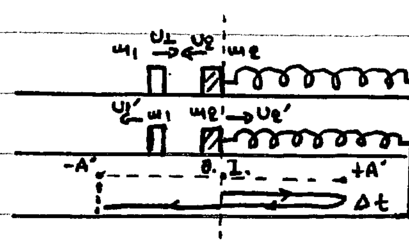
• α.α.τ. του m_2: Υπολογισμός της θέσης του και της ταχύτητάς του τη στιγμή της κρούσης.

▪ $x = 0{,}1ημ10t \xrightarrow{t=\frac{\pi}{10}s} x_2 = 0{,}1ημ10\frac{\pi}{10} \Rightarrow x_2 = 0{,}1ημ\pi \Rightarrow$
$\Rightarrow \underline{x_2 = 0}$

▪ $v = v_{max}συν\omega t \xrightarrow{v_{max} = \omega A = 1m/s} v = συν10t \xrightarrow{t=\pi/10\,s}$
$\Rightarrow v_2 = συν10\frac{\pi}{10} \Rightarrow v_2 = συν\pi \Rightarrow \underline{v_2 = -1m/s}$

Δηλαδή η κρούση πραγματοποιείται στη θέση ισορροπίας με το σώμα m_2 να έχει ταχύτητα μέτρου 1m/s προς τα αριστερά.

• Ελαστική κρούση



$\begin{cases} \text{Α.Δ. ορμής} \xrightarrow{m_1 = m_2} \text{ανταλλαγή ταχυτήτων} \Rightarrow \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{cases}$

$$\begin{cases} v_1' = v_2 = -1m/s \\ v_2' = v_1 = 6m/s \end{cases}$$

1) • α.α.τ. του m_2 (μετά την κρούση)

$v_2' = v'_{max} = \omega A' \xrightarrow{\omega = 10\ rad/s} \boxed{A' = 0,6m}$

2) • Το σώμα m_2, μετά την κρούση, θα φτάσει στη θέση $x=-A$ σε χρόνο $\Delta t = \frac{3T}{4} \xrightarrow{T=\frac{2\pi}{\omega}=0,2\pi s} \Delta t = 0,15\pi s \Rightarrow \underline{\Delta t = 0,471 s}$

• Το σώμα m_1, μετά την κρούση, σε χρόνο Δt θα έχει διανύσει απόσταση S_1:

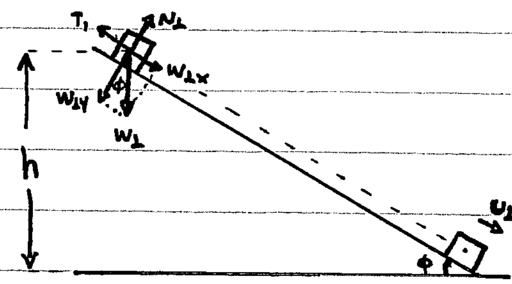
$$v_1' = \frac{S_1}{\Delta t} \Rightarrow S_1 = v_1' \cdot \Delta t \Rightarrow S_1 = 0,471m < 0,6m (=A')$$

Άρα τα δύο σώματα θα ξανασυγκρουστούν.

4.7.

$h=1,6m$, $\phi=30°$
$m_1=1kg$, $\mu=\frac{\sqrt{3}}{4}$
$m_2=4kg$, $k=1000 N/m$

A.



• $w_{1x} = w_1 \eta\mu\phi = m_1 g \eta\mu\phi \Rightarrow \underline{w_{1x} = 5N}$

• $w_{1y} = w_1 \sigma\upsilon\nu\phi = m_1 g \sigma\upsilon\nu\phi \Rightarrow w_{1y} = 5\sqrt{3} N$

• $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 - w_{1y} = 0 \Rightarrow N_1 = 5\sqrt{3} N$

• $T_1 = \mu \cdot N_1 \Rightarrow T_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 5\sqrt{3} N \Rightarrow \underline{T_1 = 3,75N}$

Επειδή $w_{1x} > T_1$ το σώμα μάζας m_1 θα κινηθεί προς τα κάτω.

▪ Κίνηση m_1

<u>Θ.Μ.Κ.Ε.</u>: $\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow W_{w_{1x}} + W_T = K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow w_{1x} \cdot S - T \cdot S = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \xrightarrow{\eta\mu\phi = h/S \Rightarrow S = 3,2m} (5 - 3,75) \cdot 3,2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow v_1^2 = 8 \Rightarrow \underline{v_1 = 2\sqrt{2}\ m/s}$

• $\Pi_1\% = \frac{E_{\alpha\rho\chi} - E_{\tau\epsilon\lambda}}{E_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_1\% = \frac{U_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\epsilon\lambda}}{U_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% \Rightarrow$

$\Rightarrow \Pi_1\% = \frac{m_1 g h - \frac{1}{2} m_1 v_1^2}{m_1 g h} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_1\% = \frac{16-4}{16} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi_1\% = 75\%}$

B. • Κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ.Ορμής: $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}$

$m_1 u_1 = (m_1+m_2)V \Rightarrow \underline{V = 0{,}4\sqrt{2}\ m/s}$

$$\Pi_2\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_2\% = \frac{\frac{1}{2}m_1 u_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1 u_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Pi_2\% = \frac{8-1{,}6}{8} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi_2\% = 80\%}$$

Γ. · α.α.τ. του m_1+m_2

$$\left.\begin{array}{l} V = u_{max} = \omega A \\ K = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}} \Rightarrow \underline{\omega = 10\sqrt{2}\ rad/s} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{A = 0{,}04m}$$

Δ. · $Q = |W_T| + E_{\alpha\pi\omega\lambda\varepsilon\iota\omega\nu} \Rightarrow Q = |-T \cdot S| + \frac{1}{2}m_1 u_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow Q = 12J + 4J - 0{,}8J \Rightarrow \boxed{Q = 15{,}2\ J}$$

4.8

$m_1 = 0{,}1kg$, h
$u_1 = 2m/s$, $m_2 = m_1$
$m_3 = 0{,}7kg$, $K = 20 N/m$

A. · Κίνηση m_1

<u>Α.Δ.Μ.Ε.</u>: $E_{MHX}^{\alpha\rho\chi} = E_{MHX}^{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$

$\Rightarrow m_1 g h = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 \Rightarrow h = \frac{u_1^2}{2g} \Rightarrow \boxed{h = 0{,}2m}$

B. · κρούση ελαστική

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Α.Δ. Ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε} \end{array}\right. \xrightarrow{m_1 = m_2} \left\{\begin{array}{l} u_1' = u_2 = 0 \\ \boxed{u_2' = u_1 = 2m/s} \end{array}\right.$$ (ανταλλαγή ταχυτήτων)

Γ. · κρούση πλαστική

Α.Δ. Ορμής : $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$

$m_2 u_2' = (m_2+m_3)V \Rightarrow \underline{V = 0{,}25 m/s}$

· α.α.τ. του (m_2+m_3)

$$\left.\begin{array}{l} \blacksquare\ V = u_{max} = \omega A \\ K = (m_2+m_3)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m_2+m_3}} \Rightarrow \underline{\omega = 5\ rad/s} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{A = 0{,}05m}$$

Δ. ■ $t_0 = 0$, $x = 0$, $u > 0$: $\varphi_0 = 0$

■ $u = u_{max}\,\sigma\upsilon\nu\,\omega t \xrightarrow{u_{max} = \omega A} u = 0{,}25\,\sigma\upsilon\nu 5t \xrightarrow{t = \frac{\pi}{15}s} u = 0{,}25\,\sigma\upsilon\nu 5\frac{\pi}{15} \Rightarrow$

$\Rightarrow u = 0{,}125\ m/s$

■ $p = (m_2+m_3)u \Rightarrow \boxed{|p| = 0{,}1\ kg\,m/s}$

4.9 | $m_1=1kg$, $R=1m$, $u=3m/s$, $m_2=2kg$, $k=300N/m$

A. · κίνηση m_1 στο τεταρτοκύκλιο

ΘΜΚΕ: $\Sigma W=\Delta K \Rightarrow W_w+W_T=K_{τελ}-K_{αρχ} \Rightarrow$

$\xrightarrow{W_w=-\Delta U} m_1 g R + W_T = \frac{1}{2} m_1 u^2 \Rightarrow \underline{W_T=-5,5J}$.

Άρα $\boxed{Q=|W_T|=5,5J}$

B. · κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ.Ορμής: $\vec{p}_{αρχ}=\vec{p}_{τελ}$

$m_1 u=(m_1+m_2)V_σ \Rightarrow V_σ=\frac{m_1}{m_1+m_2}u \Rightarrow \boxed{V_σ=1m/s}$

Γ. · α.α.τ. του (m_1+m_2)

▪ $\Delta t=\frac{3T}{4}$

$T=2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{K}} \Rightarrow T=0,2\pi s$ } $\Rightarrow \boxed{\Delta t=0,15\pi\ s}$

Δ. ▪ $F_{max}=K\cdot A$ (1)

$V_σ=u_{max}=\omega A$

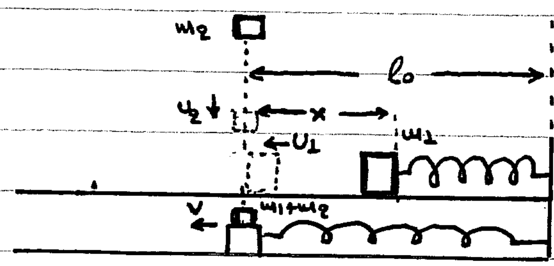
$\omega=\frac{2\pi}{T}=\underline{10rad/s}$ } $\Rightarrow \underline{A=0,1m}$

Άρα (1) $\Rightarrow \underline{F_{max}=30N}$

Για να μην κινηθεί το σώμα Μ κατά την ταλάντωση του συσσωματώματος (m_1+m_2) θα πρέπει:

$T \geq F_{max} \xrightarrow[T=\mu\cdot N=\mu Mg]{\Sigma F_y=0 \Rightarrow N=W=Mg} \mu Mg \geq F_{max} \Rightarrow \mu \geq 0,2$ ή $\boxed{\mu_{min}=0,2}$

4.10 | $m_1=4kg$, $K=100N/m$, $x=0,05\pi m$, $m_2=1kg$



A. · $W_{F_{ελ}}=E_T=\frac{1}{2}k\cdot x^2 \Rightarrow \boxed{W_{F_{ελ}}=1,25J}$

B. · α.α.τ. του m_1

▪ $t_1=\frac{T}{4} \xrightarrow{T=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}=0,4\pi s} \underline{t_1=0,1\pi\ s}$ (t_1: η στιγμή της κρούσης).

■ $u_1 = u_{max} = \omega A \xrightarrow[\omega=\frac{2\pi}{T}=5\,rad/s]{A=x=0,05\pi\,m} \underline{u_1 = 0,25\pi\ m/s}$

• κίνηση m_2

Ελεύθερη πτώση: $\begin{cases} y = \frac{1}{2} g t^2 \\ u = g t \end{cases} \xRightarrow{t=t_1} \begin{cases} h = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,01 \cdot \pi^2 m \\ u = 10 \cdot 0,1\pi\ m/s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{h = 0,5m} \\ \underline{u_2 = \pi\ \frac{m}{s}} \end{cases}$

Γ. • κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής (xx' άξονας): $p^{xx'}_{αρχ} = p^{xx'}_{τελ}$

$m_1 u_1 = (m_1+m_2) V \Rightarrow \underline{V = 0,2\pi\ m/s}$

$$\cdot\ \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{4\cdot\frac{\pi^2}{16} + \pi^2 - 5\cdot 0,04\pi^2}{4\cdot\frac{\pi^2}{16}+\pi^2}\cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{\pi^2}{4} + \pi^2 - 0,2\pi^2}{\frac{\pi^2}{4}+\pi^2}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{1,05}{1,25}\cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = 84\%}$$

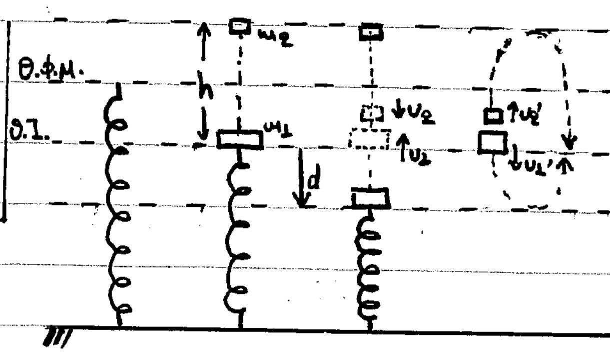
Δ. • α.α.τ. του (m_1+m_2)

Η κρούση έγινε στη θέση ισορροπίας άρα $u'_{max} = V = 0,2\pi\ m/s$

$E'_T = \frac{1}{2}(m_1+m_2)u'^2_{max} \Rightarrow E'_T = \frac{1}{2}\, 5 \cdot 0,04\pi^2\ J \Rightarrow \boxed{E'_T = 1J}$

4.11

$K = 100\ N/m$	l_0
$m_1 = 1kg$	$d = 0,1\pi\ m$
$m_2 = 2kg$	h



Α. • α.α.τ. του m_1

• $A = d = 0,1\pi\ m$

• $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \underline{\omega = 10\ rad/s}$

• $t_1 = \frac{T}{4} \xRightarrow{T=\frac{2\pi}{\omega}=0,2\pi s} \underline{t_1 = 0,05\pi\ s}$ (στιγμή της κρούσης)

• κίνηση m_2

Ελεύθερη πτώση: $y = \frac{1}{2} g t^2 \xRightarrow{t=t_1} h = \frac{1}{2}\cdot 10 \cdot 25 \cdot 10^{-4}\pi^2 m \Rightarrow \boxed{h = 0,125m}$

Β. • $u_1 = u_{max} = \omega A \Rightarrow \boxed{u_1 = \pi \ m/s}$

• $u_2 = g t_1 \Rightarrow \boxed{u_2 = 0{,}5\pi \ m/s}$

Γ. 1) • Ελαστική κρούση

$$\begin{cases} \text{Α.Δ. Ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1' = \dfrac{2m_2}{m_1+m_2} u_2 + \dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2} u_1 \\ u_2' = \dfrac{2m_1}{m_1+m_2} u_1 + \dfrac{m_2-m_1}{m_1+m_2} u_2 \end{cases} \xrightarrow[u_2 = -0{,}5\pi \frac{m}{s}]{u_1 = \pi \frac{m}{s}} \begin{cases} \boxed{u_1' = -\pi \ m/s} \\ \boxed{u_2' = 0{,}5\pi \ m/s} \end{cases}$$

2) • α.α.τ. του m_1

- Επειδή η ελαστική κρούση πραγματοποιείται στη θέση ισορροπίας και το σώμα m_1 μετά την κρούση έχει την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα, άρα το πλάτος ταλάντωσης του δεν θα αλλάξει.
- Ο χρόνος που απαιτείται για να ξαναπεράσει το m_1 από τη θέση ισορροπίας του είναι (Θ.Ι → −Α → Θ.Ι)

$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow \underline{\Delta t = 0{,}1\pi s}$, με ταχύτητα ίση με $\underline{u_{max} = u_1 = \pi \ m/s}$

• Κίνηση m_2

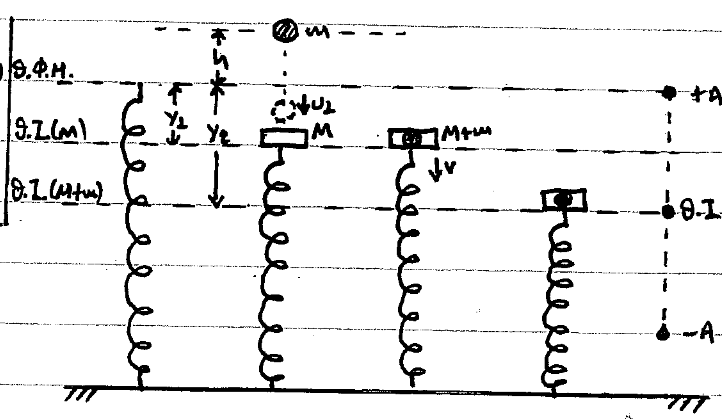
κατακόρυφη βολή προς τα πάνω: $\begin{cases} y = u_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ u = u_0 - g t \end{cases} \xrightarrow[u_0 = u_2']{t = \Delta t = 0{,}1\pi s}$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0{,}5\pi \cdot 0{,}1\pi - 5 \cdot 0{,}01\pi^2 \\ u = 0{,}5\pi - 10 \cdot 0{,}1\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \underline{y = 0} \\ \underline{u_2 = -0{,}5\pi \ m/s} \end{cases}$$

Άρα η κρούση των δύο σωμάτων θα ξαναγίνει στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του m_1.

4.12

$M = 2 kg$, $k = 100 N/m$	
$h = 0{,}6 m$, $m = 2 kg$	
πλαστική κρούση	



Α. · κίνηση m

<u>Α.Δ.Μ.Ε.</u> : $E_{μηχ}^{αρχ} = E_{μηχ}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m υ_1^2 \Rightarrow υ_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow \boxed{υ_1 = 2\sqrt{3}\ m/s}$

Β. · κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής : $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$m υ_1 = (M+m) V \Rightarrow \underline{V = \sqrt{3}\ m/s}$

· $Π\% = \frac{K_{αρχ} - K_{τελ}}{K_{αρχ}} \cdot 100\% \Rightarrow Π\% = \frac{\frac{1}{2} m υ_1^2 - \frac{1}{2}(M+m)V^2}{\frac{1}{2} m υ_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow$

$\Rightarrow Π\% = \frac{12-6}{12} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{Π\% = 50\%}$

Γ. · Θ.Ι.(M) : $ΣF = 0 \Rightarrow F_{ελ} - W = 0 \Rightarrow k \cdot y_1 = Mg \Rightarrow \underline{y_1 = 0,2m}$

· Θ.Ι.(M+m) : $ΣF = 0 \Rightarrow F'_{ελ} - W_{ολ} = 0 \Rightarrow k \cdot y_2 = (M+m)g \Rightarrow \underline{y_2 = 0,4m}$

· Α.Δ.Ε. Ταλάντωσης : $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2}(M+m)V^2 + \frac{1}{2} k (y_2 - y_1)^2 \Rightarrow$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} 100 A^2 = 4 \cdot 3 + 100 \cdot 0,04 \Rightarrow A^2 = \frac{16}{100} \Rightarrow \underline{A = 0,4m}$

· $k = (M+m)ω^2 \Rightarrow ω = \sqrt{\frac{k}{M+m}} \Rightarrow \underline{ω = 5\ rad/s}$

· $y = Aημ(ωt + φ_0) \xrightarrow{y = y_2 - y_1} 0,2 = 0,4 ημφ_0 \Rightarrow ημφ_0 = \frac{1}{2} = ημ\frac{π}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} φ_0 = 2kπ + \frac{π}{6} \\ φ_0 = 2kπ + π - \frac{π}{6} \end{cases} \xrightarrow{k=0} \begin{cases} φ_0 = \frac{π}{6}, & υ > 0 \\ φ_0 = \frac{5π}{6}, & υ < 0 \end{cases}$ δηλαδή $\underline{φ_0 = \frac{5π}{6}\ rad}$

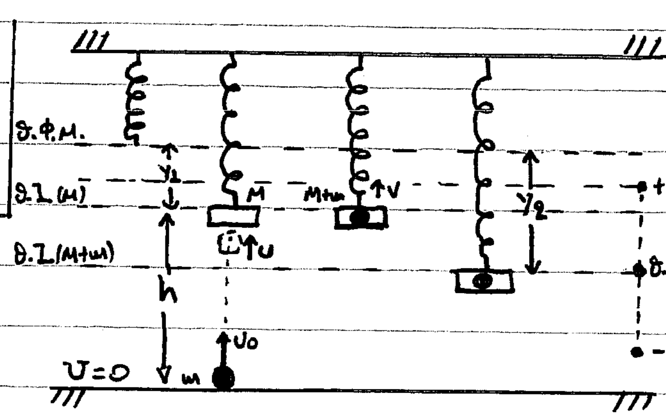
Άρα $\boxed{y = 0,4 ημ(10t + \frac{5π}{6})}$, (S.I.)

Δ. $\frac{dp}{dt} = ΣF = F_{επ} = -k \cdot (y_2 - y_1)$ ή $\boxed{\frac{dp}{dt} = -20\ kg\,m/s^2}$

4.13 $M = 4kg$, $k = 125\ N/m$

$m = 1kg$, $υ_0 = 5\ m/s$

$υ = 2\sqrt{3}\ m/s$



A. • κίνηση m

<u>Α.Δ.Μ.Ε</u>: $E_{MHX}^{αρχ} = E_{MHX}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m u_0^2 = \frac{1}{2} m u^2 + mgh \Rightarrow h = \frac{u_0^2 - u^2}{2g} \Rightarrow \boxed{h = 0{,}65m}$

B. • κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ.Ορμής : $\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ}$

$mu = (M+m)V \Rightarrow V = \frac{m}{M+m} u \Rightarrow \underline{V = 0{,}4\sqrt{3}\ m/s}$

• α.α.τ. του (M+m)

- Θ.Ι.(M): $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} - W = 0 \Rightarrow k \cdot y_1 = Mg \Rightarrow \underline{y_1 = 0{,}32m}$
- Θ.Ι.(M+m): $\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{ελ} - W_{ολ} = 0 \Rightarrow k \cdot y_2 = (M+m)g \Rightarrow \underline{y_2 = 0{,}40m}$
- Α.Δ.Ε. Ταλάντωσης: $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2}(M+m)V^2 + \frac{1}{2}k(y_2 - y_1)^2 \Rightarrow$
  $\Rightarrow \underline{A = 0{,}16m}$
- $k = (M+m)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} \Rightarrow \underline{\omega = 5\ rad/s}$
- $y = A\eta\mu(\omega t + \phi_0) \xrightarrow[y = y_2 - y_1]{t_0 = 0} 0{,}08 = 0{,}16\,\eta\mu\phi_0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} \phi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \phi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \xrightarrow{k=0} \begin{cases} \phi_0 = \frac{\pi}{6}, & u > 0 \\ \phi_0 = \frac{5\pi}{6}, & u < 0 \end{cases}$ δηλαδή $\underline{\phi_0 = \frac{\pi}{6} rad}$

Άρα $\boxed{y = 0{,}16\,\eta\mu(5t + \frac{\pi}{6})}$ (1), (S.I.)

Γ. • $h_{max} = h + A - (y_2 - y_1) \Rightarrow \boxed{h_{max} = 0{,}73m}$

• $h_{min} = h - A - (y_2 - y_1) \Rightarrow \boxed{h_{min} = 0{,}41m}$

Δ. • Α.Δ.Ε. Ταλάντωσης: $E = K + U \xrightarrow{K=U} E = 2U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} k \cdot y^2 \Rightarrow$

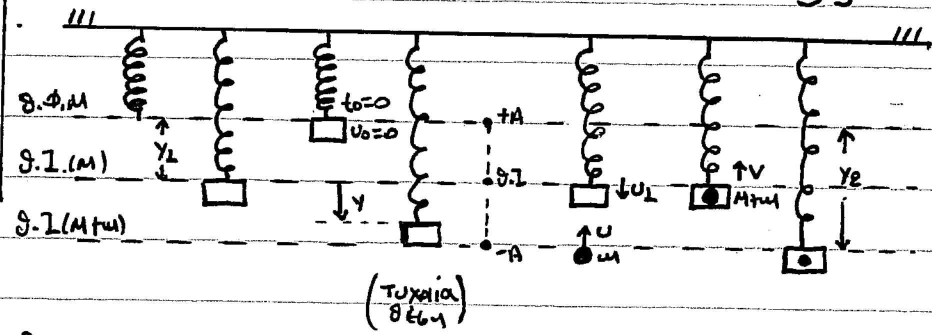
$\Rightarrow y = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \pm 0{,}08\sqrt{2}\ m$

Τη στιγμή $t_0 = 0$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση $y = y_1 - y_2 = \frac{A}{2}$ και έχει θετική ταχύτητα $u > 0$. Επομένως πρώτα θα περάσει από τη θέση $y = +\frac{A\sqrt{2}}{2}$ και μετά από τη θέση $-\frac{A\sqrt{2}}{2}$.

(1) $\xrightarrow{y = 0{,}08\sqrt{2}m} 0{,}08\sqrt{2} = 0{,}16\,\eta\mu(5t + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \eta\mu(5t + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 5t + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 5t + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \xrightarrow{k=0} \begin{cases} 5t_1 = \frac{\pi}{12} \\ 5t_2 = \frac{7\pi}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{t_1 = \frac{\pi}{60} s} \\ t_2 = \frac{7\pi}{60} s \end{cases}$

4.14 $M=1kg$, $k=100 N/m$
$m=M=1kg$, $υ=8m/s$
$t=0,05π\ s$



A. ▪ Θ.Ι.(Μ) : $ΣF=0 \Rightarrow F_{ελ}-w=0 \Rightarrow k\cdot y_1 = Mg$ ①

▪ Τυχαία θέση : $ΣF = w - F'_{ελ} \Rightarrow ΣF = Mg - k(y_1+y) \xRightarrow{①} \underline{ΣF=-k\cdot y}$.

Άρα το σώμα Μ εκτελεί α.α.τ. με $D=k=100N/m$, (αφού $ΣF=-D\cdot x$).

▪ $t_0=0$, $y=y_1$, $υ_0=0$: $A=y_1 \xRightarrow{①} A=\frac{Mg}{k} \Rightarrow \underline{A=0,1m}$

$k=Mω^2 \Rightarrow ω=\sqrt{\frac{k}{M}} \Rightarrow \underline{ω=10\ rad/s}$

$y=Aημ(ωt+φ_0) \xrightarrow[y=A]{t_0=0} A=Aημφ_0 \Rightarrow ημφ_0=1=ημ\frac{π}{2}$ ή $\underline{φ_0=\frac{π}{2} rad}$

Άρα $\boxed{y=0,1ημ(10t+\frac{π}{2})}$ ①, (S.I.)

B. · Θα προσδιορίσω τη θέση και την ταχύτητα του Μ τη στιγμή της κρούσης:

$① \xRightarrow{t=0,05πs} y_1=0,1ημπ \Rightarrow \underline{y_1=0}$

$υ=υ_{max}συν(ωt+φ_0) \xRightarrow{υ_{max}=ωA=1m/s} \underline{υ=συν(10t+\frac{π}{2})} \xRightarrow{t=0,05πs}$

$\Rightarrow υ_1=συνπ\ m/s \Rightarrow \underline{υ_1=-1m/s}$

· Κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής : $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$mυ - Mυ_1 = (M+m)V \Rightarrow \boxed{V=3,5\ m/s}$

Γ. · Θ.Ι.(Μ): $① \Rightarrow y_1=0,1m$

· Θ.Ι.(Μ+m): $ΣF=0 \Rightarrow F'_{ελ}-w_{ολ}=0 \Rightarrow k\cdot y_2=(M+m)g \Rightarrow y_2=0,2m$

· Α.Δ.Ε. Ταλάντωσης: $E'=K+U \Rightarrow E'=\frac{1}{2}(M+m)V^2+\frac{1}{2}k(y_2-y_1)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{E'=12,75\ J}$

Δ. $\frac{dK}{dt} = ΣF\cdot V = -k\cdot(y_2-y_1)\cdot V = -100\cdot 0,1\cdot 3,5\ J/s$ ή $\boxed{\frac{dK}{dt}=-35\ J/s}$

Ε. • $U=U_{max}\,συν(ωt+φ_0) \Rightarrow U=συν(10t+\frac{π}{2}) \xrightarrow{t=0,1πs} U_1=0$

• ① $\xrightarrow{t=0,1πs} y_1=0,1ημ(π+\frac{π}{2}) \Rightarrow y_1=-0,1m$

• Α.Δ. Ορμής : $\vec{p}_{αρχ}=\vec{p}_{τελ}$

$mU=(M+m)V' \Rightarrow \boxed{V'=4m/s}$

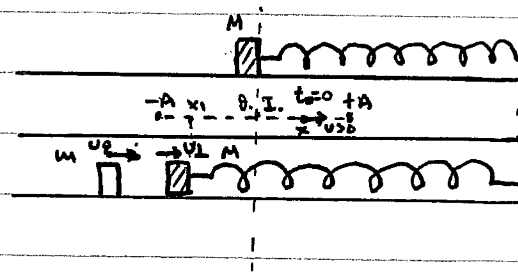
• Η κρούση έγινε στη νέα θέση ισορροπίας:

$V'=U'_{max} \Rightarrow U'_{max}=4m/s$

• $E'=\frac{1}{2}(M+m)U'^2_{max} \Rightarrow \boxed{E'=16J}$

• $\frac{dK}{dt}=ΣF\cdot V'=-K\cdot y\cdot V' \xrightarrow{y=0} \boxed{\frac{dK}{dt}=0}$

4.15 $M=3kg$, $A=40cm$
$t_0=0$, $x=0,2m$, επιβραδ.
$K=300N/m$, $t_1=0,15πs$
$m=1kg$, $U_2=10m/s$
ελαστική κρούση



Α. • α.α.τ. του Μ (πριν την κρούση)

• $K=Mω^2 \Rightarrow ω=\sqrt{\frac{K}{M}} \Rightarrow ω=10\,rad/s$

• $x=Aημ(ωt+φ_0) \xrightarrow[x=A/2]{t_0=0} \frac{A}{2}=Aημφ_0 \Rightarrow ημφ_0=\frac{1}{2}=ημ\frac{π}{6} \Rightarrow \begin{cases} φ_0=2κπ+\frac{π}{6} \\ φ_0=2κπ+π-\frac{π}{6} \end{cases} \Rightarrow$

$\xrightarrow{κ=0} \begin{cases} φ_0=\frac{π}{6}, & U>0 \\ φ_0=\frac{5π}{6}, & U<0 \end{cases}$ δηλαδή $φ_0=\frac{π}{6}\,rad$

Άρα $\boxed{x=0,4ημ(10t+\frac{π}{6})}$ ①, (S.I.)

Β. Υπολογίζουμε τη θέση και την ταχύτητα του ταλαντούμενου σώματος Μ τη στιγμή $t_1=0,15πs$ της κρούσης.

• ① $\xrightarrow{t_1} x_1=0,4ημ(1,5π+\frac{π}{6}) \Rightarrow x_1=0,4ημ\frac{10π}{6} \Rightarrow x_1=0,4ημ\frac{5π}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1=0,4ημ(2π-\frac{π}{3}) \Rightarrow x_1=0,4\cdot(-ημ\frac{π}{3}) \Rightarrow x_1=-0,2\sqrt{3}\,m$

• $U=U_{max}\,συν(ωt+φ_0) \xrightarrow{U_{max}=ωA} U=4συν(10t+\frac{π}{6}) \xrightarrow{t_1=0,15πs}$

$\Rightarrow U_1=4συν(2π-\frac{π}{3}) \Rightarrow U_1=4συν\frac{π}{3} \Rightarrow \boxed{U_1=2m/s}$

Γ. 1) • κρούση ελαστική

$$\begin{cases} \text{Α.Δ. Ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \upsilon_1' = \dfrac{2m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 + \dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \\ \upsilon_2' = \dfrac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \dfrac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \upsilon_1' = \dfrac{2m}{M+m}\upsilon_2 + \dfrac{M-m}{M+m}\cdot\upsilon_1 \\ \upsilon_2' = \dfrac{2M}{M+m}\upsilon_1 + \dfrac{m-M}{M+m}\upsilon_2 \end{cases} \xrightarrow[\upsilon_2=10\frac{m}{s}]{\upsilon_1=2\frac{m}{s}} \begin{cases} \boxed{\upsilon_1' = 6\ m/s} \\ \boxed{\upsilon_2' = -2\ m/s} \end{cases}$$

2) $\cdot \Delta K_M = K_M' - K_M = \frac{1}{2}M\upsilon_1'^2 - \frac{1}{2}M\upsilon_1^2 \Rightarrow \boxed{\Delta K_M = 48J}$

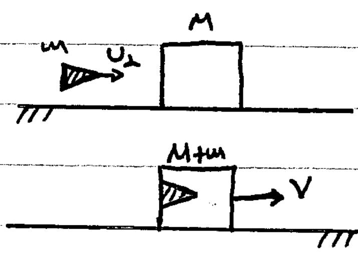
3) • α.α.τ. του M (μετά την κρούση)

Α.Δ.Ε. Ταλάντωσης: $E' = K + U \Rightarrow E' = \frac{1}{2}M\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow E' = \frac{1}{2}3\cdot 36J + \frac{1}{2}300\cdot 0{,}04\cdot 3J \Rightarrow \boxed{E' = 72J}$

4.16

$M=1kg$, $m=0{,}2kg$
$E_{απ.}=100J$
πλαστική κρούση



Α. • κρούση ανελαστική (πλαστική)

• Α.Δ. Ορμής: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$m\upsilon_1 = (M+m)V \Rightarrow V = \frac{m}{M+m}\upsilon_1$ (1)

• Α.Δ. Ενέργειας: $K_{αρχ} = K_{τελ} + E_{απωλειών} \Rightarrow E_{απωλειών} = K_{αρχ} - K_{τελ} \Rightarrow$

$\xrightarrow[K_{αρχ}=100J]{E_{απωλ.}=E_{απ}=100J} 100J = 100J - K_{τελ} \Rightarrow \underline{K_{τελ}=0}$ δηλαδή $\underline{V=0}$

αδύνατο από (1).

Β. • Α.Δ. Ενέργειας: $E_{απωλειών} = K_{αρχ} - K_{τελ} \xrightarrow[(1)]{E_{απωλ}=E_{απ}} E_{απ} = K_{αρχ} -$

$-\frac{1}{2}(M+m)\frac{m^2}{(M+m)^2}\cdot\upsilon_1^2 \xrightarrow{K_{αρχ}=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2} E_{απ} = K_{αρχ} - K_{αρχ}\cdot\frac{m}{M+m} \Rightarrow$

$\Rightarrow E_{απ} = K_{αρχ}\left(1 - \frac{m}{M+m}\right) \Rightarrow E_{απ} = K_{αρχ}\frac{M}{M+m} \Rightarrow K_{αρχ} = \frac{M+m}{M}\cdot E_{απ} \Rightarrow$

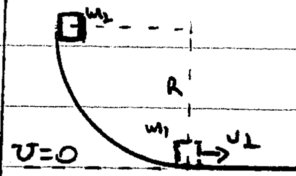
$\xrightarrow{E_{απ.}^{min}=100J} K_{αρχ}^{min} = \frac{1{,}2}{1}\cdot 100J \Rightarrow \boxed{K_{αρχ}^{min} = 120J}$

Γ. • Α.Δ. Ενέργειας: $E_{απωλειών} = K_{αρχ} - K_{τελ} \xrightarrow{E_{απωλ}=E_{απ}} 100J = 100J - K_{τελ}$

$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{2}(M+m)\frac{m^2}{(M+m)^2}\upsilon_1^2 = 0 \xrightarrow{K_{αρχ}=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2} K_{αρχ}\cdot\frac{m}{M+m} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{m}{M+m} = 0 \Rightarrow \frac{\frac{m}{M}}{1+\frac{m}{M}} = 0 \Rightarrow \frac{m}{M} = 0$ ή $\underline{m \ll M}$

4.17 $m_1 = 3\,kg$, $R = 1\,m$
υ_1, $E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{20}{100} \cdot U_{\alpha\rho\chi}$
$m_2 = 1\,kg$, $k = 400\,N/m$
πλαστική κρούση



Α) • Κίνηση m_1 στο τεταρτοκύκλιο
Α.Δ. Ενέργειας
$U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + E_{\alpha\pi\omega\lambda\varepsilon\iota\acute{\omega}\nu} \Rightarrow$
$m_1 g R = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + E_{\alpha\pi\omega\lambda\varepsilon\iota\acute{\omega}\nu} \xrightarrow{E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{20}{100} \cdot U_{\alpha\rho\chi}} m_1 g R - 0{,}2\, m_1 g R = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}8\, m_1 g R = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{1{,}6 g R} \Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 4\,m/s}$

Β) • α.α.τ. του m_2 (πριν την κρούση).

• $t_0 = 0$: $\frac{dK}{dt} = 0 \Rightarrow \Sigma F \cdot \upsilon = 0 \Rightarrow m_2 \cdot \alpha \cdot \upsilon = 0 \Rightarrow m_2 \cdot \frac{d\upsilon}{dt} \cdot \upsilon = 0 \xrightarrow[\frac{d\upsilon}{dt} \neq 0]{m_2 \neq 0} \upsilon = 0$
άρα το σώμα m_2 βρίσκεται στη θέση $x = +A$ ή $x = -A$.
Όμως $\frac{d\upsilon}{dt} = -160\,m/s^2 \Rightarrow \alpha = -160\,m/s^2 \Rightarrow -\omega^2 \cdot x = -160\,m/s^2$
$\xrightarrow{\omega = \sqrt{k/m_2} = 20\,rad/s} \omega^2 \cdot x = 160\,m/s^2 \Rightarrow x = \frac{160}{400}\,m$
Δηλαδή το σώμα m_2 τη στιγμή $t_0 = 0$ βρίσκεται στη θέση
$\underline{x = A = 0{,}4\,m}$

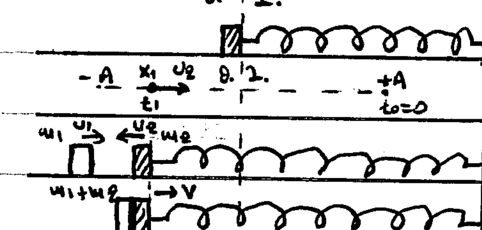
• $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow[x = +A]{t_0 = 0} A = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 = \eta\mu\frac{\pi}{2}$ ή $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\,rad$

Άρα $\underline{x = 0{,}4\eta\mu(20t + \frac{\pi}{2})}$ (1), (S.I.)

• $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{\upsilon_{max} = \omega A = 8\,m/s} \underline{\upsilon = 8\sigma\upsilon\nu(20t + \frac{\pi}{2})} \xrightarrow{t_1 = \frac{\pi}{24}s}$
$\Rightarrow \upsilon_2 = 8\sigma\upsilon\nu(20\frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \upsilon_2 = 8\sigma\upsilon\nu(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \upsilon_2 = 8\sigma\upsilon\nu\frac{8\pi}{6} \Rightarrow$
$\Rightarrow \upsilon_2 = 8\sigma\upsilon\nu\frac{4\pi}{3} \Rightarrow \upsilon_2 = 8\sigma\upsilon\nu(\pi + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow \upsilon_2 = 8 \cdot (-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}) \Rightarrow \boxed{\upsilon_2 = -4\,m/s}$

Γ). • κρούση ανελαστική (πλαστική)
Α.Δ. Ορμής : $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$
$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow \boxed{V = 2\,m/s}$

θ.ι.Ι.

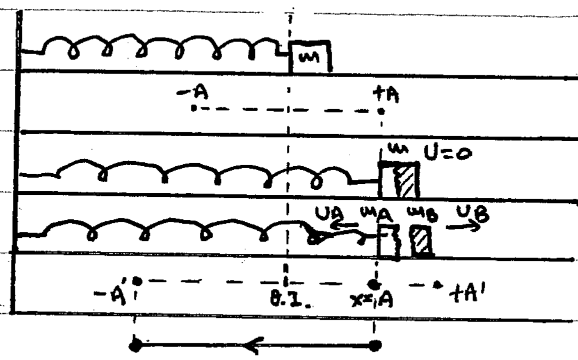


Δ. • Θα προσδιορίσω τη θέση x_1 του m_2 τη στιγμή t_1 της κρούσης
(1) $\xrightarrow{t_1 = \pi/24\,s} x_1 = 0{,}4\eta\mu(20\frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow x_1 = 0{,}4 \cdot \eta\mu(\pi + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow x_1 = 0{,}4 \cdot (-\eta\mu\frac{\pi}{3})$
$\Rightarrow \underline{x_1 = -0{,}2\sqrt{3}\,m}$

• α.α.τ. του $m_1 + m_2$
Α.Δ.Ε. Ταλάντωσης : $E = K + U \Rightarrow E = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}k x_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow E = \frac{1}{2}4\cdot 4\,J + \frac{1}{2}400\cdot 0{,}04\cdot 3\,J \Rightarrow E = 8J + 24J \Rightarrow \boxed{E = 32J}$

4.18 $k = 100\,N/m$, $m = 4kg$
$A = 0{,}1m$
$t_0 = 0$, $x = +A$ έκρηξη
$m_B = 3kg$, $\upsilon_B = \frac{\sqrt{3}}{3}\,m/s$
m_A στερεωμένο στο ελατήριο



A. • Έκρηξη

Α.Δ. Ορμής : $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$0 = m_B\upsilon_B - m_A\upsilon_A \Rightarrow \upsilon_A = \frac{m_B}{m_A}\upsilon_B \Rightarrow \boxed{\upsilon_A = \sqrt{3}\,m/s}$

Β. • α.α.τ. του m_A (μετά την έκρηξη)

Α.Δ.Ε. Ταλάντωσης : $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 + \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow$

$\xRightarrow{S.I.} 100A'^2 = 1\cdot 3 + 100\cdot 0{,}01 \Rightarrow \boxed{A' = 0{,}2m}$

Γ. • $k = m_A\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_A}} \Rightarrow \underline{\omega = 10\,rad/s}$

• $x = A'ημ(\omega t + \phi_0) \xrightarrow[x = \frac{A'}{2}]{t_0 = 0} \frac{A'}{2} = A'ημ\phi_0 \Rightarrow ημ\phi_0 = \frac{1}{2} = ημ\frac{\pi}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} \phi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \phi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \xrightarrow{k=0} \begin{cases} \phi_0 = \frac{\pi}{6}, & \upsilon > 0 \\ \phi_0 = \frac{5\pi}{6}, & \upsilon < 0 \end{cases}$ δηλαδή $\underline{\phi_0 = \frac{5\pi}{6}\,rad}$

• $\upsilon = \upsilon_{max}συν(\omega t + \phi_0) \xrightarrow{\upsilon_{max} = \omega A' = 2m/s} \boxed{\upsilon_A = 2συν(10t + \frac{5\pi}{6})}$, (S.I.)

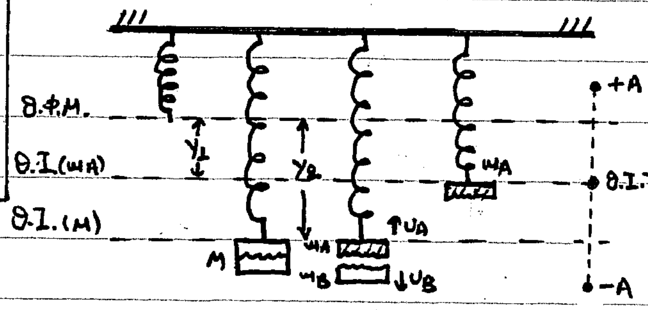
Δ. • Έργο δύναμης ελατηρίου :

$W_{F_{ελ}} = -\Delta U = U_{αρχ} - U_{τελ} = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kA'^2$ ή $\boxed{W_{F_{ελ}} = -1{,}5J}$

• Έργο δύναμης επαναφοράς :

$W_{F_{επ}} = \Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ} = 0 - \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2$ ή $\boxed{W_{F_{επ}} = -1{,}5J}$

4.19 $M = 2kg$, $k = 100\ N/m$
$m_A = 1kg$, $υ_A$
$m_B = 1kg$, $υ_B = 1m/s$



A. • Έκρηξη

Α.Δ. Ορμής: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$$0 = m_A υ_A - m_B υ_B \Rightarrow υ_A = \frac{m_B}{m_A} υ_B \Rightarrow \boxed{υ_A = 1 m/s}$$

B. • α.α.τ. του mA (μετά την έκρηξη)

• Θ.Ι.(mA): $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} - w_A = 0 \Rightarrow k \cdot y_1 = m_A g \Rightarrow \underline{y_1 = 0,1 m}$

• Θ.Ι.(M): $\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{ελ} - W = 0 \Rightarrow k y_2 = Mg \Rightarrow \underline{y_2 = 0,2 m}$

• Α.Δ.Ε. Ταλάντωσης: $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m_A υ_A^2 + \frac{1}{2} k (y_2 - y_1)^2 \Rightarrow$

$\xRightarrow{S.I.} 100 A^2 = 1 + 100 \cdot 0,01 \Rightarrow \underline{A = 0,1\sqrt{2}\ m}$

• $ω = \sqrt{\frac{k}{m_A}} \Rightarrow \underline{ω = 10\ rad/s}$

• $y = A ημ(ωt + φ_0) \xrightarrow[y = y_1 - y_2]{t_0 = 0} -0,1 = 0,1\sqrt{2} ημφ_0 \Rightarrow ημφ_0 = \frac{-\sqrt{2}}{2} = ημ\left(-\frac{π}{4}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} φ_0 = 2kπ - \frac{π}{4} \xrightarrow{k=1} φ_0 = \frac{7π}{4}, & υ > 0 \\ φ_0 = 2kπ + π + \frac{π}{4} \xrightarrow{k=0} φ_0 = \frac{5π}{4}, & υ < 0 \end{cases}$ δηλαδή $\underline{φ_0 = \frac{7π}{4}\ rad}$

Άρα $\boxed{y = 0,1\sqrt{2}\ ημ\left(10t + \frac{7π}{4}\right)}$ (1), (S.I.)

Γ. • Η επιτάχυνση του σώματος μηδενίζεται τη στιγμή που περνά από τη θέση ισορροπίας τους.

(1) $\xRightarrow{y=0} 0 = 0,1\sqrt{2}\ ημ\left(10t + \frac{7π}{4}\right) \Rightarrow ημ\left(10t + \frac{7π}{4}\right) = 0 = ημ0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 10t + \frac{7π}{4} = 2kπ + 0 \\ 10t + \frac{7π}{4} = 2kπ + π - 0 \end{cases} \xRightarrow{k=1} \begin{cases} 10t = 2π - \frac{7π}{4} \\ 10t = 3π - \frac{7π}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{π}{40} s \\ \boxed{t_2 = \frac{π}{8} s} \end{cases}$

Δ. • $υ = υ_{max} συν(ωt + φ_0) \xRightarrow{υ_{max} = ωA = \sqrt{2} m/s} \underline{υ = \sqrt{2}\ συν\left(10t + \frac{7π}{4}\right)} \xRightarrow{t_2 = \frac{π}{8} s}$

$\Rightarrow υ_1 = \sqrt{2}\ συν\left(\frac{5π}{4} + \frac{7π}{4}\right) \Rightarrow υ_1 = \sqrt{2}\ συν3π \Rightarrow υ_1 = \sqrt{2}\ συνπ \Rightarrow \underline{υ_1 = -\sqrt{2}\ m/s}$

• $υ = \sqrt{2}\ συν\left(10t + \frac{7π}{4}\right) \xRightarrow{t = \frac{π}{8} + 0,1π s} υ_2 = \sqrt{2}\ συν\left(\frac{5π}{4} + π + \frac{7π}{4}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow υ_2 = \sqrt{2}\ συν4π \Rightarrow υ_2 = \sqrt{2}\ συν0 \Rightarrow \underline{υ_2 = \sqrt{2}\ m/s}$

• $Δp = p_{τελ} - p_{αρχ} \Rightarrow Δp = m_A υ_2 - m_A υ_1 \Rightarrow \boxed{|Δp| = 2\sqrt{2}\ kg\,m/s}$

■ $\Delta|p| = |p_{τελ}| - |p_{αρχ}| \Rightarrow \Delta|p| = m_A|υ_2| - m_A|υ_1| \Rightarrow \boxed{\Delta|p|=0}$

4.20

$L=0,3m$, $M=5kg$
$m_1=0,2kg$, $υ_0=40m/s$
$υ=15m/s$
$m_2=1,8kg$, $K=200N/m$

A. 1) · Α.Δ. Στροφορμής: $\vec{L}_{αρχ} = \vec{L}_{τελ}$

$m_1 υ_0 L = I_A ω + m_1 υ L \Rightarrow$

$ω = \frac{m_1 L(υ_0-υ)}{I_A}$ (1)

Θεώρημα Steiner: $I_A = I_{cm} + M\frac{L^2}{4} \Rightarrow I_A = \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4}$

$\Rightarrow I_A = \frac{ML^2}{3} \Rightarrow I_A = 0,15\ kgm^2$

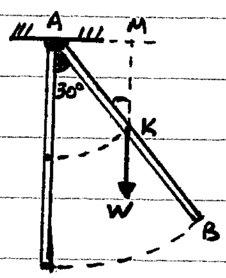
(1) $\Rightarrow ω = \frac{0,2\cdot 0,3\cdot(40-15)}{0,15}\ rad/s \Rightarrow \boxed{ω = 10\ rad/s}$

2) · $E_{απωλειών} = K_{αρχ} - K_{τελ} = \frac{1}{2}m_1υ_0^2 - \left(\frac{1}{2}m_1υ^2 + \frac{1}{2}I_Aω^2\right) \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$E_{απωλ} = \frac{1}{2}\cdot 0,2\cdot 1600\ J - \frac{1}{2}0,2\cdot 225\ J - \frac{1}{2}0,15\cdot 100\ J \Rightarrow$

$E_{απωλ} = 160\ J - 22,5\ J - 7,5\ J \Rightarrow \boxed{E_{απωλ.} = 130\ J}$

3)

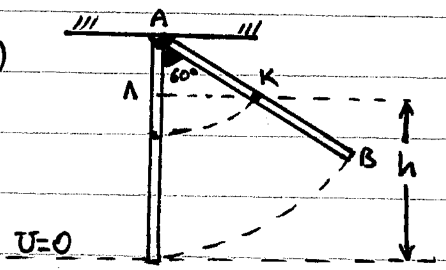


· $\Sigma τ = I_A \cdot α_{γων} \Rightarrow -w\cdot(AM) = I_A\cdot α_{γων}$ (2)

· $A\hat{M}K$: $ημ30 = \frac{(AM)}{(AK)} \Rightarrow (AM) = \frac{ℓ}{2}ημ30° \Rightarrow (AM) = \frac{ℓ}{4}$

(2) $\Rightarrow -Mg\cdot\frac{ℓ}{4} = I_A α_{γων} \Rightarrow \boxed{α_{γων} = -25\ rad/s^2}$

4)



· Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{ΜΗΧ}^{αρχ} = E_{ΜΗΧ}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ} = K_{τελ}+U_{τελ}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}I_Aω^2 + Mg\frac{L}{2} = Mgh + K_{τελ}$ (3)

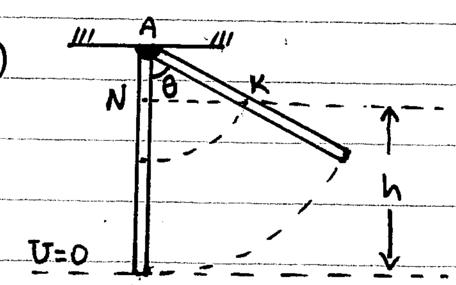
· $A\hat{Λ}K$: $συν60° = \frac{(AΛ)}{(AK)} \Rightarrow (AΛ) = \frac{ℓ}{2}συν60° = \frac{ℓ}{4}$

$h = ℓ - (AΛ) \Rightarrow h = ℓ - \frac{ℓ}{4} \Rightarrow h = \frac{3ℓ}{4}$

(3) $\overset{S.I.}{\Rightarrow} \frac{1}{2}I_Aω^2 + Mg\left(\frac{L}{2} - \frac{3L}{4}\right) = K_{τελ} \Rightarrow K_{τελ} = \frac{1}{2}I_Aω^2 - Mg\frac{L}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow K_{τελ} = \frac{1}{2}0,15\cdot 100\ J - 5\cdot 10\cdot\frac{0,3}{4}\ J \Rightarrow \boxed{K_{τελ} = 3,75\ J}$

5)



· Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{ΜΗΧ}^{αρχ} = E_{ΜΗΧ}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ} = K_{τελ}+U_{τελ}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}I_Aω^2 + Mg\frac{L}{2} = Mgh$ (4)

· $A\hat{N}K$: $συνθ = \frac{(AN)}{(AK)} \Rightarrow (AN) = \frac{ℓ}{2}συνθ$

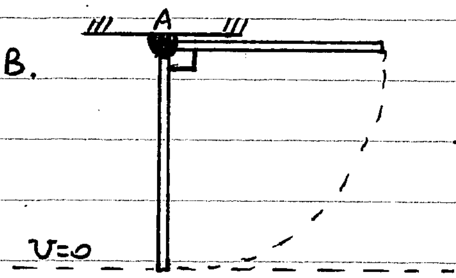
$h = ℓ - (AN) \Rightarrow h = ℓ - \frac{ℓ}{2}συνθ$

$④ \Rightarrow \frac{1}{2} I_A \omega^2 + Mg\frac{L}{2} = Mg\left(L - \frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\theta\right) \Rightarrow \frac{1}{2} I_A \omega^2 = Mg\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\theta\right) \Rightarrow$

$\overset{S.I.}{\Longrightarrow} \frac{1}{2} 0{,}15 \cdot 100 = 50 \cdot \frac{0{,}3}{2} - 50 \cdot \frac{0{,}3}{2}\sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow 7{,}5 = 7{,}5 - 7{,}5\sigma\upsilon\nu\theta$

$\Rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = 0$ ή $\underline{\theta = 90°}$

Β.



• Θ.Μ.Κ.Ε. $\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow W_w + W_{F\varepsilon\xi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha}$

$\xrightarrow{W_w = -\Delta U} MgL - Mg\frac{L}{2} + W_{F\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow W_{F\varepsilon\xi} = -Mg\frac{L}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{W_{F\varepsilon\xi} = -7{,}5\ J}$

Γ. • κρούση πλαστική

Α.Δ.Ορμής: $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$

$m_1 \upsilon = (m_1 + m_2) V \Rightarrow \underline{V = 1{,}5\ m/s}$

• $\Pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2} \cdot 100\% \Rightarrow$

$\Rightarrow \Pi\% = \frac{0{,}2 \cdot 225 - 2 \cdot 2{,}25}{0{,}2 \cdot 225} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = 90\%}$

• α.α.τ. του $(m_1 + m_2)$

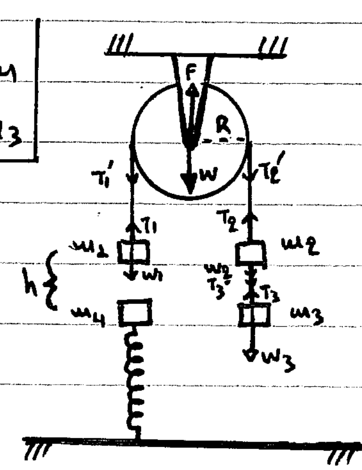
$$\left.\begin{array}{l} ▪\ V = \upsilon_{max} = \omega A \\ k = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \Rightarrow \underline{\omega = 10\ rad/s} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{A = 0{,}15\ m}$$

Δ. ▪ $F_{\varepsilon\pi} = -k \cdot x \Rightarrow \underline{x = -0{,}1\ m}$

▪ $U = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \Rightarrow \boxed{U = 1\ J}$

▪ $E = K + U \Rightarrow K = E - U \Rightarrow K = \frac{1}{2}kA^2 - U \Rightarrow \boxed{K = 1{,}25\ J}$

4.21 $M = 7\ kg$, $R = 0{,}2\ m$
$m_1 = 1\ kg$, $m_2 = m_3$



Α. Το σύστημα ισορροπεί:

• m_1: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 - w_1 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = m_1 g \Rightarrow \underline{T_1 = 10N\ (=T_1')}$

• Τροχαλία: $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T_1'R - T_2'R = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{T_2' = 10N\ (=T_2)}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F - w - T_1' - T_2' = 0 \Rightarrow$

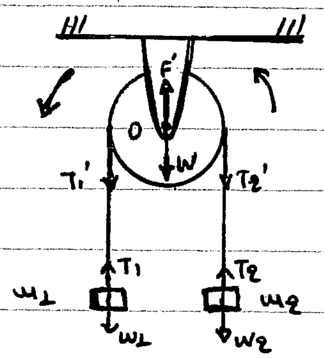
$\Rightarrow F = Mg + T_1' + T_2' \Rightarrow \boxed{F = 90N}$

• m_2: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_2 - W_2 - T_3' = 0 \Rightarrow T_3' = T_2 - m_2 g \ (=T_3)$

• m_3: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_3 - W_3 = 0 \Rightarrow T_3 = m_3 g \Rightarrow T_2 - m_2 g = m_3 g \Rightarrow T_2 = (m_2+m_3)g$

$\xrightarrow{m_2=m_3} m_2 = \frac{T_2}{2g} \Rightarrow \boxed{m_2 = 0,5\,kg\ (=m_3)}$

B.



1)• Αφού $\tau_{w_1} > \tau_{w_2}$ ως προς το O το σύστημα θα κινηθεί όπως στο σχήμα:

▪ Σώμα m_1: $\Sigma F = m_1 a_{cm} \Rightarrow w_1 - T_1 = m_1 a_{cm} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = m_1 g - m_1 a_{cm}$ (1)

▪ Σώμα m_2: $\Sigma F = m_2 a_{cm} \Rightarrow T_2 - W_2 = m_2 \cdot a_{cm} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = m_2 a_{cm} + m_2 g$ (2)

▪ Τροχαλία: $\Sigma \tau = I \cdot a_{γων} \Rightarrow T_1' R - T_2' R = \frac{1}{2} M R^2 \frac{a_{cm}}{R} \xrightarrow[(2)]{(1)}$

$\Rightarrow m_1 g - m_1 a_{cm} - m_2 a_{cm} - m_2 g = \frac{1}{2} M a_{cm} \Rightarrow \boxed{a_{cm} = 1\,m/s^2}$

$a_{γων} = \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow \boxed{a_{γων} = 5\,rad/s^2}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F' - w - T_1' - T_2' = 0 \xrightarrow[(2)\Rightarrow T_2' = 5,5N]{(1)\Rightarrow T_1' = 9N}$

$\Rightarrow \boxed{F' = 84,5N}$

2) $\left.\begin{aligned} &\cdot\ L = I\omega + m_1 u R + m_2 u R \\ &\omega = a_{γων} t \xRightarrow{t_1} \omega_1 = 20\,rad/s \\ &u = a_{cm} t \xRightarrow{t_1} u_1 = 4\,m/s \end{aligned}\right\} \Rightarrow L = \left(\frac{1}{2} 7 \cdot 0,04 \cdot 20 + 1 \cdot 4 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 4 \cdot 0,2\right) kg$

$\Rightarrow \boxed{L = 4\,kg\,m^2/s}$

3) $\left.\begin{aligned} &\cdot\ Π\% = \frac{K_{τρ}}{W_{w_1}} \cdot 100\% \\ &y_1 = \frac{1}{2} a_{cm} t^2 \xrightarrow{t_1} y_1 = 8m \end{aligned}\right\} \Rightarrow Π\% = \frac{\frac{1}{2} I \omega^2}{m_1 g y_1} \cdot 100\% \Rightarrow$

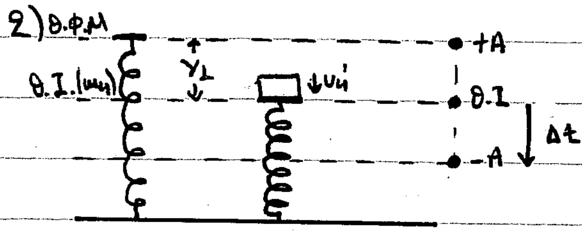
$\Rightarrow Π\% = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} 7 \cdot 0,04 \cdot 400}{1 \cdot 10 \cdot 8} 100\% \Rightarrow \boxed{Π\% = 35\%}$

Γ.1)· Ελαστική κρούση

$\begin{cases} \text{Α.Δ. ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε} \end{cases} \xRightarrow{u_4 = 0} \begin{cases} u_1' = \frac{m_1 - m_4}{m_1 + m_4} u_1 \\ u_4' = \frac{2m_1}{m_1 + m_4} u_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1' = -2\,m/s \\ u_4' = 2\,m/s \end{cases}$

· $\Pi\% = \dfrac{\frac{1}{2} m_4 \upsilon_4'^2}{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi\% = \dfrac{3\cdot 4}{1\cdot 16}\cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\Pi\% = 75\%}$

2)



· $\left.\begin{array}{l}\Delta t = \frac{T}{4} \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m_4}{k}} \Rightarrow T = 0{,}4\pi\, s\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 0{,}1\pi\, s}$

· $\dfrac{dp}{dt} = \Sigma F = -k\cdot x$ (3)

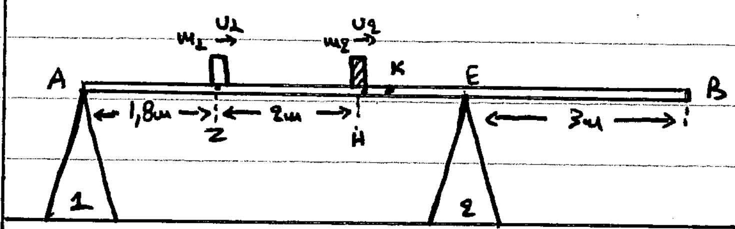
$\left.\begin{array}{l}\upsilon_4' = \upsilon_{max} = \omega A \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \underline{\omega = 5\, rad/s}\end{array}\right\} \Rightarrow \underline{A = 0{,}4 m}$

(3) $\xRightarrow{x=-A} \boxed{\dfrac{dp}{dt} = 30\ kgm/s^2}$

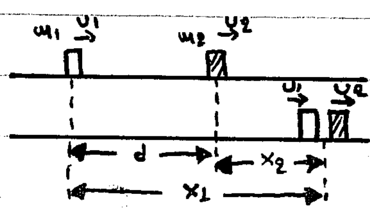
3) · Θ.Ι.(m4): $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - W_4 = 0 \Rightarrow k y_1 = m_4 g \Rightarrow \underline{y_1 = 0{,}4m}$

· $F_{\varepsilon\lambda} = k\cdot(y_1 + A) \Rightarrow \boxed{F_{\varepsilon\lambda} = 60 N}$

4.22 $L = 8m$, $M = 4kg$
$m_1 = 1kg$, m_2
$d = 2m$, $d_1 = 1{,}8m$
$\upsilon_1 = 4{,}4 m/s$, $\upsilon_2 = 0{,}4 m/s$



A.



· m_1: $\upsilon_1 = \dfrac{x_1}{t_1} \Rightarrow \underline{x_1 = \upsilon_1 \cdot t_1}$ (1)

· m_2: $\upsilon_2 = \dfrac{x_2}{t_1} \Rightarrow \underline{x_2 = \upsilon_2 t_1}$ (2)

· $\underline{x_1 = x_2 + d} \xRightarrow{(1),(2)} \upsilon_1 t_1 = \upsilon_2 t_1 + d \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = \dfrac{d}{\upsilon_1 - \upsilon_2} \Rightarrow \boxed{t_1 = 0{,}5 s}$

B. (1) $\xRightarrow{t_1} x_1 = 2{,}2m$, άρα από το άκρο A απέχει απόσταση $1{,}8m + 2{,}2m = 4m$, δηλαδή η κρούση θα γίνει στο μέσον K της ράβδου.

Γ. · κρούση ελαστική: $\left\{\begin{array}{l}\text{Α.Δ.Ορμής} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.}\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\upsilon_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 + \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \\ \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2\end{array}\right. \xRightarrow{\upsilon_1' = -\upsilon_2'}$

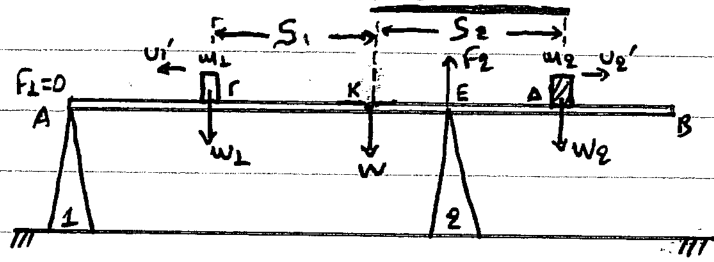
$$\overset{S.I.}{\Longrightarrow} \frac{2m_2}{1+m_2}\cdot 0,4 + \frac{1-m_2}{1+m_2}\cdot 4,4 = -\frac{2}{1+m_2}\,4,4 - \frac{m_2-1}{1+m_2}\cdot 0,4 \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow 0,8m_2 + 4,4 - 4,4m_2 = -8,8 - 0,4m_2 + 0,4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12,8 = 3,2m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{12,8}{3,2}\,kg \Rightarrow \boxed{m_2 = 4\,kg}$$

Δ. • $\upsilon_1' = \left(\frac{2\cdot 4}{1+4}\cdot 0,4 + \frac{1-4}{1+4}\cdot 4,4\right) m/s \Rightarrow \underline{\upsilon_1' = -2\,m/s}$

• $\upsilon_2' = -\upsilon_1' \Rightarrow \underline{\upsilon_2' = 2\,m/s}$



• Έστω τη στιγμή που τα σώματα έχουν μετατοπιστεί κατά x_1, x_2 από το σημείο της κρούσης (μέσο της ράβδου), η ράβδος είναι έτοιμη να ανατραπεί, δηλαδή $\underline{F_1 = 0}$.

$$\Sigma\tau_{(E)} = 0 \Rightarrow w_1\cdot[S_1+(KE)] + w\cdot(KE) - w_2[S_2-(KE)] = 0 \xrightarrow{(KE)=1m}$$

$$\Rightarrow 10\cdot(S_1+1) + 40\cdot 1 - 40(S_2-1) = 0 \xrightarrow[S_2=\upsilon_2'\cdot\Delta t]{S_1=\upsilon_1'\cdot\Delta t}$$

$$\Rightarrow 20\Delta t + 10 + 40 - 80\cdot\Delta t + 40 = 0 \Rightarrow 90 = 60\Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = 1,5\,s \Rightarrow t_2 - t_1 = 1,5\,s \xrightarrow{t_1=0,5s} \boxed{t_2 = 2\,s}$$

E. • $(0-0,5)s$: $\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_2\cdot(AE) - w_1\cdot(AZ) - w_2(AH) - w\cdot(AK) = 0$

$$\Rightarrow 5\cdot F_2 = 10(1,8+x_1) + 40(3,8+x_2) + 40\cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_2 = 3,6 + 8,8t + 30,4 + 3,2t + 32 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{F_2 = 66 + 12t} \quad (3) \quad (S.I.)$$

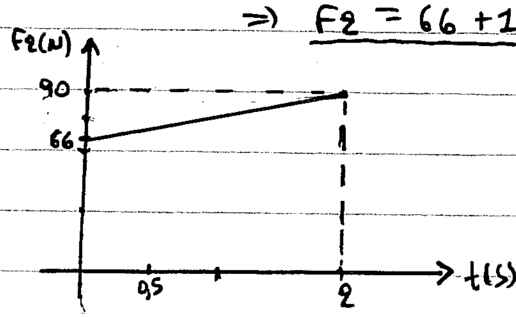
• $(0,5-2)s$: $\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_2\cdot(AE) - w_1\cdot[(AK)-x_1] - w_2[(AK)+x_2] - w(A$

$$= 0 \overset{S.I.}{\Longrightarrow} 5F_2 = 10(4-2\Delta t) + 40(4+2\Delta t) + 40\cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_2 = 8 - 4\Delta t + 32 + 16\Delta t + 32 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_2 = 72 + 12\Delta t \xrightarrow{\Delta t = t-0,5s} F_2 = 72 + 12t - 6 \Rightarrow$$

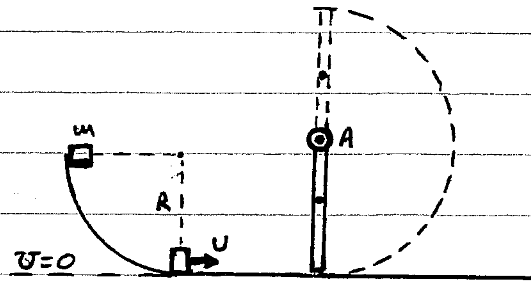
$$\Rightarrow \underline{F_2 = 66 + 12t} \quad (4) \quad (S.I.)$$



$(3) \overset{t=0}{\Longrightarrow} F_2 = 66N$

$(4) \overset{t=2s}{\Longrightarrow} F_2 = 90N$

4.23 $m=4kg$, $R=0,8m$
$\ell=0,6m$, $M=3kg$
οριακή ανακύκλωση



Α. • Κίνηση του m στο τεταρτοκύκλιο

Α.Δ.Μ.Ε: $E_{MHX}^{αρχ}=E_{MHX}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow mgR=\frac{1}{2}mυ^2 \Rightarrow υ=\sqrt{2gR} \Rightarrow \boxed{υ=4m/s}$

Β. • Για να κάνει η ράβδος οριακά ανακύκλωση θα πρέπει να φτάσει στο ανώτερο σημείο της τροχιάς της με μηδενική ταχύτητα.

• Α.Δ.Μ.Ε: $E_{MHX}^{αρχ}=E_{MHX}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow M\cdot g\frac{\ell}{2}+\frac{1}{2}I_A\omega^2=Mg(\ell+\frac{\ell}{2}) \Rightarrow \frac{1}{2}I_A\omega^2=Mg\ell$ (1)

• θεώρημα Steiner: $I_A=I_{cm}+M(\frac{\ell}{2})^2 \Rightarrow I_A=\frac{1}{12}M\ell^2+M\frac{\ell^2}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_A=\frac{4M\ell^2}{12} \Rightarrow \underline{I_A=\frac{M\ell^2}{3}}$

(1) $\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{M\ell^2}{3}\omega^2=Mg\ell \Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{6g}{\ell}} \Rightarrow \boxed{\omega=10\ rad/s}$

Γ. • Κρούση ανελαστική

Α.Δ. Στροφορμής: $\vec{L}_{αρχ}=\vec{L}_{τελ}$

$mυ\ell=I_A\omega+mυ'\ell \Rightarrow υ'=\frac{mυ\ell-I_A\omega}{m\ell} \Rightarrow$

$\Rightarrow υ'=\frac{9,6-3,6}{2,4}m/s \Rightarrow \underline{υ'=2,5m/s}$

• Α.Δ. Ενέργειας: $K_{αρχ}=K_{τελ}+E_{απωλειών} \Rightarrow E_{απωλειών}=K_{αρχ}-K_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow E_{απωλ.}=\frac{1}{2}mυ^2-(\frac{1}{2}mυ'^2+\frac{1}{2}I_A\omega^2) \Rightarrow E_{απωλ}=32J-12,5J-18J$

$\Rightarrow \boxed{E_{απωλ.}=1,5J}$

Δ. • $\Sigma\tau=\frac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow F\cdot\ell=\frac{I_A\cdot\omega-0}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{F=6\cdot10^3 N}$

4.24

$m_1 = 1kg$, $u_1 = 15 m/s$
m_2, $u_2 = 0$
ελαστική κρούση
$\lvert u_1' \rvert = 10 m/s$
t_1, $l = 1m$, $M = 3kg$

A. · Ελαστική κρούση

$$\begin{cases} \text{Α.Δ.Ορμής} \\ \text{ΑΔΜΕ} \end{cases} \xRightarrow{u_2=0} \begin{cases} u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \quad (1) \\ u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2} u_2 \quad (2) \end{cases}$$

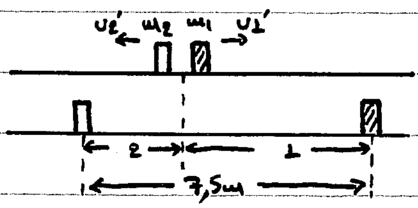
Αφού το σώμα m_1 μετά την κρούση με το σώμα m_2, συγκρούεται και με τη ράβδο, άρα $\vec{u}_1' \uparrow\downarrow \vec{u}_2$.

• $(1) \xRightarrow{u_1' = -10 m/s} -10 = \frac{1-m_2}{1+m_2} \cdot 15 \Rightarrow -2 - 2m_2 = 3 - 3m_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{m_2 = 5 kg}$

• $(2) \Rightarrow u_2' = \frac{2}{1+5} \cdot 15 m/s \Rightarrow \boxed{u_2' = 5 m/s}$

B.



• $S_1 = u_1' t_1 \Rightarrow S_1 = 10 t_1$ (S.I.) (3)

• $S_2 = u_2' t_1 \Rightarrow S_2 = 5 t_1$ (S.I.) (4)

• $S_1 + S_2 = 7,5m \xRightarrow{(3),(4)} 15 t_1 = 7,5 \Rightarrow \boxed{t_1 = 0,5 s}$

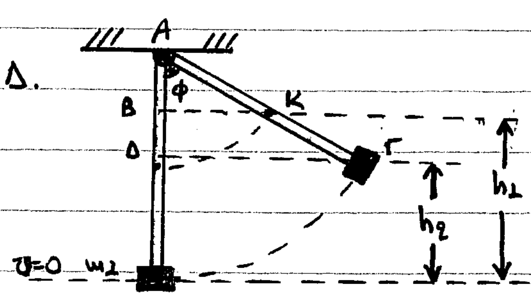
Γ. · Α.Δ. Στροφορμής: $\vec{L}_{αρχ} = \vec{L}_{τελ}$

$$m_1 u_1' l = I_A \cdot \omega \Rightarrow m_1 u_1' l = (I_A^{ράβδου} + m_1 l^2)\omega \quad (5)$$

· Θεώρημα Steiner: $I_A^{ράβδου} = I_{cm} + M\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} M l^2 + M \frac{l^2}{4} = \frac{Ml^2}{3}$

$(5) \Rightarrow m_1 u_1' l = \left(\frac{Ml^2}{3} + m_1 l^2\right) \cdot \omega \Rightarrow \boxed{\omega = 5 rad/s}$

Δ.



• Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{ΜΗΧ}^{αρχ} = E_{ΜΗΧ}^{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} I_A \omega^2 + Mg\frac{l}{2} = Mgh_1 + m_1 g h_2 \quad (6)$

• $\overset{\Delta}{ABK}$: $συνφ = \frac{(AB)}{(AK)} \Rightarrow (AB) = \frac{l}{2} συνφ$, $h_1 = l - (AB) \Rightarrow h_1 = l - \frac{l}{2} συνφ$

• $\overset{\Delta}{AΔΓ}$: $συνφ = \frac{(AΔ)}{(AΓ)} \Rightarrow (AΔ) = l συνφ$, $h_2 = l - (AΔ) \Rightarrow h_2 = l - l συνφ$.

$(6) \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{M\ell^2}{3}+m_1\ell^2\right)\omega^2 + Mg\frac{\ell}{2} = Mg\left(\ell-\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\phi\right) + m_1 g\left(\ell-\ell\sigma\upsilon\nu\phi\right) \Rightarrow$

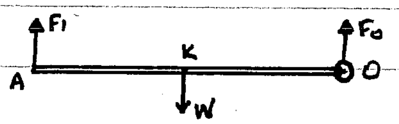
$\overset{S.I.}{\Longrightarrow} 25 + 15 = 30\left(1-\frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu\phi\right) + 10\left(1-\sigma\upsilon\nu\phi\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow 40 = 30 - 15\sigma\upsilon\nu\phi + 10 - 10\sigma\upsilon\nu\phi \Rightarrow 25\sigma\upsilon\nu\phi = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sigma\upsilon\nu\phi = 0$ ή $\boxed{\phi = 90^\circ}$

4.25 $\boxed{L=1m,\ M=3kg,\ I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2}$

A.



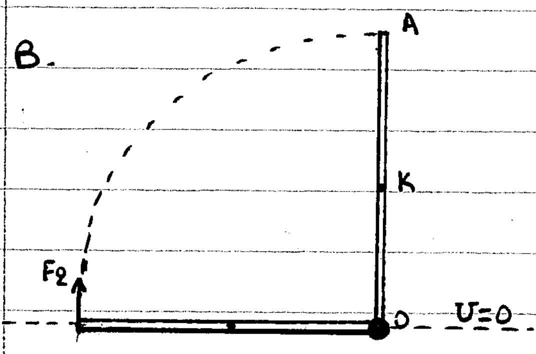
• Η ράβδος ισορροπεί:

■ $\Sigma\tau_{(O)}=0 \Rightarrow W\frac{L}{2} - F_1\cdot L = 0$

$F_1 = \frac{Mg}{2} \Rightarrow \boxed{F_1 = 15N}$

■ $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 + F_o - W = 0 \Rightarrow F_o = Mg - F_1 \Rightarrow \boxed{F_o = 15N}$

B.



• Θ.Μ.Κ.Ε.: $\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_w + W_{F_2} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho}$

$\Rightarrow -Mg\frac{\ell}{2} + F_2\cdot\ell\cdot\frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}I_o\omega^2$ (1)

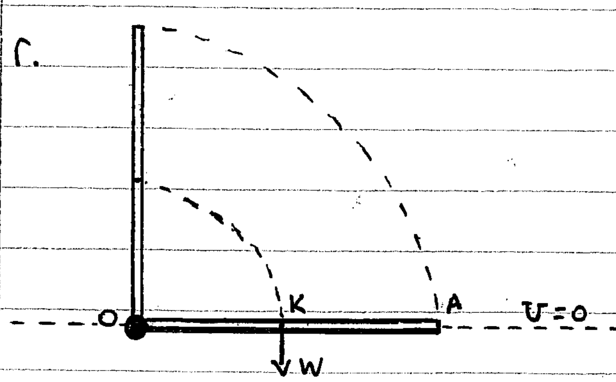
Θεώρημα Steiner: $I_o = I_{cm} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow I_o = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{ML^2}{4} \Rightarrow I_o = \frac{ML^2}{3}$

$(1) \Rightarrow -Mg\frac{\ell}{2} + F_2\ell\frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}\frac{ML^2}{3}\omega^2 \overset{S.I.}{\Longrightarrow} -15 + F_2\frac{\pi}{2} = 15 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{F_2 = \frac{60}{\pi}N}$

Γ.



1) $\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = W\frac{L}{2} = Mg\frac{L}{2}$ ή $\boxed{\frac{dL}{dt} = 15\,kgm^2/s^2}$

2) $\frac{dK}{dt} = \Sigma\tau\cdot\omega$ (2)

Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{MHX}^{\alpha\rho\chi} = E_{MHX}^{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$

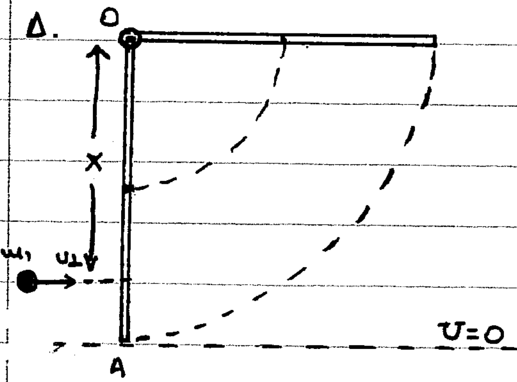
$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}I_o\omega^2 + Mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}I_o\omega'^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega' = \sqrt{60}\ rad/s \Rightarrow \omega' = 2\sqrt{15}\ rad/s$

$(2) \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = 30\sqrt{15}\ J/s}$

Δ.



• <u>Α.Δ.Μ.Ε.</u>: $E_{MHX}^{αρχ} = E_{MHX}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}I_O\omega'^2 + MgL = \frac{1}{2}I_O\omega''^2 + Mg\frac{L}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega''=\sqrt{90}\ rad/s \Rightarrow \underline{\omega''=3\sqrt{10}\ rad/s}$

• Α.Δ. Στροφορμής: $\vec{L}_{αρχ}=\vec{L}_{τελ}$

$m_1u_1x - I_O\cdot\omega''=0 \Rightarrow x=\frac{I_O\omega''}{m_1u_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{x=0{,}3\sqrt{10}\ m}$

4.26

$K=200\ N/m$, $f_s=640\ Hz$
$\Delta t=0{,}05\pi\ s$, f_A μειώνεται
$f_{A(max)}=680\ Hz$
$U_{ηχ}=340\ m/s$

Α. • Κατά την α.α.τ. της πηγής, ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τη συχνότητα να μειώνεται συνέχεια <u>από την πραγματική της τιμή</u> επί χρόνο $\Delta t=0{,}05\pi\ s$.

$\Delta t=\frac{T}{4} \Rightarrow T=4\cdot\Delta t \Rightarrow \underline{T=0{,}2\pi\ s}$

• $T=2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \Rightarrow T^2=4\pi^2\frac{M}{k} \Rightarrow M=\frac{T^2\cdot k}{4\pi^2} \Rightarrow M=\frac{0{,}04\pi^2\cdot 200}{4\pi^2}\ kg \Rightarrow \boxed{M=2\ kg}$

Β. • α.α.τ. του Μ

▪ Μέγιστη συχνότητα αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής όταν η πηγή τον πλησιάζει με μέγιστη ταχύτητα:

$f_{max}=\frac{U}{U-U_{max}}\cdot f_s \xRightarrow{S.I.} 680=\frac{340}{340-U_{max}}\cdot 640 \Rightarrow 340-U_{max}=320$

$\Rightarrow \underline{U_{max}=20\ m/s}$

▪ $\left.\begin{array}{l} U_{max}=\omega A \\ \omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow \underline{\omega=10\ rad/s} \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{A=2m}$

▪ Τη στιγμή $t_0=0$ ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται την ελάχιστη συχνότητα, δηλαδή η πηγή περνά από τη θέση ισορροπίας απομακρυνόμενη από την πηγή, $(t_0=0,\ x=0,\ u<0)$.

$x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_0) \xRightarrow[x=0,\ u<0]{t_0=0} 0=A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0=0=\eta\mu 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \varphi_0=2k\pi+0 \\ \varphi_0=2k\pi+\pi-0 \end{array}\right. \xRightarrow{k=0} \left\{\begin{array}{l} \varphi_0=0,\ u>0 \\ \varphi_0=\pi,\ u<0 \end{array}\right.$ δηλαδή $\underline{\varphi_0=\pi\ rad}$

Άρα $\boxed{x=2\eta\mu(10t+\pi)}$, (S.I.)

Γ. 1) • $υ = υ_{max}συν(ωt+φ_0) \xrightarrow{υ_{max}=ωA=20m/s} υ = 20συν(10t+π) \xrightarrow{t_1=0,3π s}$

$\Rightarrow υ_1 = 20συν4π \Rightarrow υ_1 = 20συν0 \Rightarrow \underline{υ_1 = 20 m/s}$

• Ελαστική κρούση

$\left\{\begin{array}{l} Α.Δ.Ορμής \\ ΑΔΜΕ \end{array}\right. \xrightarrow{υ_2=0} \left\{\begin{array}{l} υ_1' = \dfrac{M-m}{M+m}υ_1 \\ υ_2' = \dfrac{2M}{M+m}υ_1 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} υ_1' = \dfrac{0,8}{3,2}\cdot 20 m/s \\ υ_2' = \dfrac{4}{3,2}\cdot 20 m/s \end{array}\right. \Rightarrow$

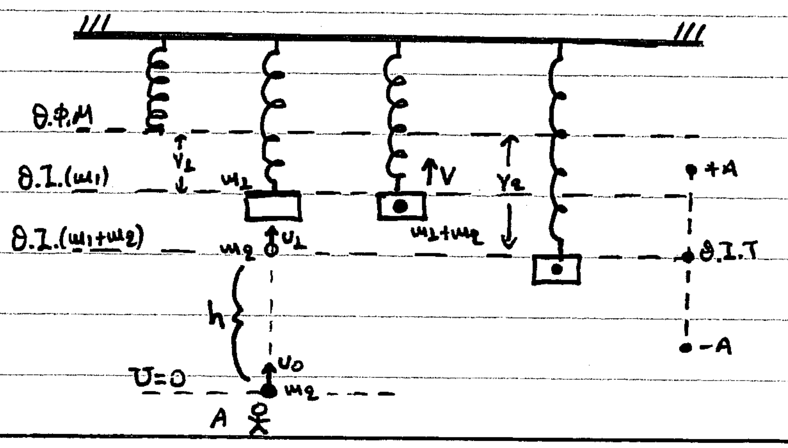
$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \boxed{υ_1' = 5 m/s} \\ \boxed{υ_2' = 25 m/s} \end{array}\right.$

2) $f_A = \dfrac{υ}{υ-υ_1'}f_s' \xrightarrow{S.I.} 680 = \dfrac{340}{340-5}f_s' \Rightarrow \boxed{f_s' = 670 Hz}$

3) $f_m = \dfrac{υ-υ_2'}{υ-υ_2'}f_s' \Rightarrow f_m = \dfrac{340-25}{340-5}\cdot 670 Hz \Rightarrow \boxed{f_m = 630 Hz}$

4.27

$K = 60 N/m$, $m_1 = 17 kg$
$m_2 = 3 kg$, $υ_0 = 12 m/s$
$h = 2,2 m$, $f_s = 700 Hz$
$υ_{ηχ} = 340 m/s$, $g = 10 m/s^2$



A. • κίνηση m_2

$\underline{Α.Δ.Μ.Ε}: E_{μηχ}^{αρχ} = E_{μηχ}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m_2υ_0^2 = \frac{1}{2}m_2υ_1^2 + m_2gh \Rightarrow \underline{υ_1 = 10 m/s}$

• $f_A = \dfrac{υ}{υ+υ_1}f_s \Rightarrow f_A = \dfrac{340}{340+10}\cdot 700 Hz \Rightarrow \boxed{f_A = 680 Hz}$

B. • Κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ.Ορμής: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$m_2υ_1 = (m_1+m_2)V \Rightarrow \underline{V = 1,5 m/s}$

• Θ.Ι. (m_1) : $\Sigma F=0 \Rightarrow F_{ελ} - W_1 = 0 \Rightarrow k y_1 = m_1 g \Rightarrow y_1 = \frac{17}{6} m$

• Θ.Ι. (m_1+m_2) : $\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{ελ} - W = 0 \Rightarrow k \cdot y_2 = (m_1+m_2) g \Rightarrow y_2 = \frac{20}{6} m$

• Α.Δ.Ε. Ταλάντωσης : $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2) v^2 + \frac{1}{2} k (y_2 - y_1)^2 \Rightarrow$

$\xRightarrow{S.I.} 60 \cdot A^2 = 20 \cdot 2{,}25 + 60 \cdot 0{,}25 \Rightarrow \underline{A = 1 m}$

• $k = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \Rightarrow \underline{\omega = \sqrt{3}\ rad/s}$

• $y = A ημ(\omega t + \phi_0) \xrightarrow[y=y_2-y_1]{t_0=0} 0{,}5 = ημ\phi_0 \Rightarrow ημ\phi_0 = ημ\frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} \phi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} & \underline{k=0} \\ \phi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \phi_0 = \frac{\pi}{6} & , v>0 \\ \phi_0 = \frac{5\pi}{6} & , v<0 \end{cases}$ δηλαδή $\underline{\phi_0 = \frac{\pi}{6}\ rad}$

Άρα $\boxed{y = ημ(\sqrt{3} \cdot t + \frac{\pi}{6})}$, (S.I.)

Γ. • $f_A = \frac{v}{v + v_s} f_s$ (1)

$v_s = v_{max} συν(\omega t + \phi_0) \xRightarrow{v_{max} = \omega A} v_s = \sqrt{3} \cdot συν(\sqrt{3} t + \frac{\pi}{6})$ (2)

$(1) \xRightarrow{(2)} f_A = \frac{340}{340 + \sqrt{3} \cdot συν(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6})} \cdot 700 \Rightarrow \boxed{f_A = \frac{238000}{340 + \sqrt{3} συν(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6})}}$ (S.I.)

Δ. • $\frac{f_{A,max}}{f_{A,min}} = \frac{\frac{238000}{340-\sqrt{3}}}{\frac{238000}{340+\sqrt{3}}} \Rightarrow \boxed{\frac{f_{A,max}}{f_{A,min}} = \frac{340+\sqrt{3}}{340-\sqrt{3}}}$

4.28 $m_1 = 8 kg$, $v_1 = 10 m/s$
$m_2 = 2 kg$, $v_2 = 5 m/s$

Α. • κρούση ελαστική

$\begin{cases} Α.Δ.Ορμής \\ Α.Δ.Μ.Ε. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2} v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1+m_2} v_1 \\ v_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1+m_2} v_2 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{v_1' = 8 m/s} \\ \boxed{v_2' = 13 m/s} \end{cases}$

Β. • Μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης των σωμάτων έχουμε τη στιγμή που έχουν κοινή ταχύτητα:

▪ Α.Δ Ορμής : $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1+m_2) v \Rightarrow \underline{v = 9 m/s}$

<u>Α.Δ.Μ.Ε.</u>: $E_{μηχ}^{αρχ} = E_{μηχ}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ} = K_{τελ}+U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2} m_2 υ_2^2 = \frac{1}{2} m_1 υ^2 + \frac{1}{2} m_2 υ^2 + U_{max} \overset{S.I.}{\Longrightarrow}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} 8\cdot 100 + \frac{1}{2} 2\cdot 25 = \frac{1}{2} 8\cdot 81 + \frac{1}{2} 2\cdot 81 + U_{max} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{U_{max}=20J}$

Γ. · <u>Α.Δ.Ορμής</u>: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$m_1υ_1 + m_2υ_2 = m_1υ_1' + m_2υ_2' \xrightarrow{υ_1'=9,5m/s} 8\cdot 10 + 2\cdot 5 =$

$= 8\cdot 9,5 + 2υ_2' \Rightarrow \underline{υ_2' = 7m/s}$

· <u>Α.Δ.Μ.Ε.</u>: $E_{μηχ}^{αρχ} = E_{μηχ}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ}+U_{αρχ} \quad K_{τελ}+U_{τελ} \Rightarrow$

$\frac{1}{2} m_1υ_1^2 + \frac{1}{2} m_2υ_2^2 = \frac{1}{2} m_1υ_1'^2 + \frac{1}{2} m_2υ_2'^2 + U \Rightarrow \boxed{U=15J}$

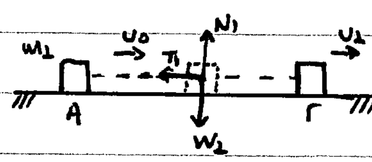
Δ. · $υ_1' = \frac{s_1}{t_1} \Rightarrow s_1 = υ_1' t_1 \xrightarrow{t_1=1s} s_1 = 8m$

· $υ_2' = \frac{s_2}{t_2} \Rightarrow s_2 = υ_2' \cdot t_1 \xrightarrow{t_1=1s} s_2 = 13m$

$\Rightarrow Δs = s_2 - s_1 \Rightarrow \boxed{Δs = 5m}$

4.29

$m_1 = 1kg$, $υ_0 = 10m/s$
$μ = 0,25$
$m_2 = 2kg$, $k = 600N/m$
$(ΑΓ) = 3,8m$

Α. 

· $ΣF_y = 0 \Rightarrow N_1 - w_1 = 0$

$\Rightarrow \underline{N_1 = m_1 g = 10N}$

· $T_1 = μN_1 \Rightarrow \underline{T_1 = 2,5N}$

<u>Θ.Μ.Κ.Ε.</u>: $ΣW = ΔK \Rightarrow W_T = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow$

$\Rightarrow -T\cdot(ΑΓ) = \frac{1}{2} m_1υ_1^2 - \frac{1}{2} m_1υ_0^2 \Rightarrow \boxed{υ_1 = 9m/s}$

Β. · κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ. Ορμής: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$m_1υ_1 = (m_1+m_2)V \Rightarrow \underline{V = 3m/s}$

· Α.Δ. Ενέργειας: $K_{αρχ} = K_{τελ} + E_{απωλειών} \Rightarrow E_{απωλ} = K_{αρχ} - K_{τελ}$

$\Rightarrow E_{απωλ.} = \frac{1}{2} m_1υ_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_0^2 \Rightarrow \boxed{E_{απωλ.} = 27J}$

Γ. · Ταλάντωση του m_1+m_2

<u>Θ.Μ.Κ.Ε.</u>: $ΣW = ΔK \Rightarrow W_{Fελ} + W_T = K_{τελ} - K_{αρχ}$ (1)

· $W_{Fελ} = -ΔU = U_{αρχ}^{ελ} - U_{τελ}^{ελ} = 0 - \frac{1}{2}kx^2 = -300x^2$ (S.I.)

· $W_T = -T\cdot x \xrightarrow[T=μN=7,5N]{ΣF_y=0 \Rightarrow N=(m_1+m_2)g} W_T = -7,5x$ (S.I.)

① $\overset{S.I}{\Longrightarrow} -300x^2 - 7,5x = 0 - \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 9 \Rightarrow 300\cdot x^2 + 7,5\cdot x - 13,5 = 0$

$\Delta = 56,25 + 4\cdot 13,5\cdot 300 \Rightarrow \Delta^2 = 127,5$

$x_{1,2} = \frac{-7,5 \pm 127,5}{600}$ → $\boxed{x_1 = 0,2m}$, δεκτή
→ $x_2 < 0$ απορ.

Δ. · Θ.Μ.Κ.Ε : $\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow W_{F_{ελ}} + W_T = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 - T\cdot S = 0$

$\Rightarrow S = \frac{k\cdot x^2}{2\cdot T} \Rightarrow S = 1,6m$

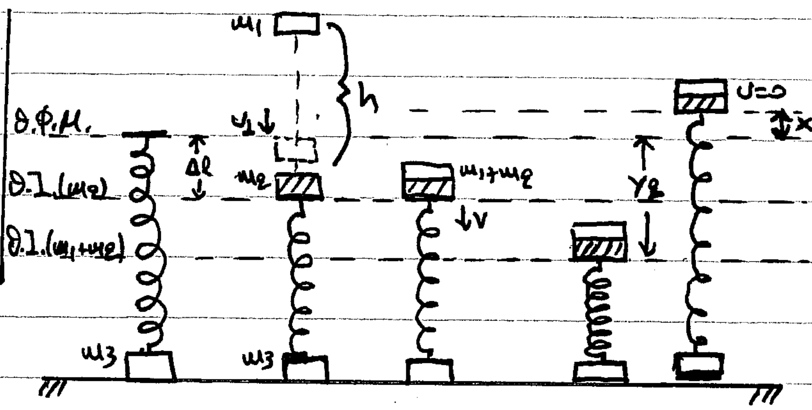
Άρα $d = S - x \Rightarrow \boxed{d = 1,4m}$

4.30 $m_1 = m_2 = m_3$

$\Delta\ell = 10cm$

$h = 0,8m$

$g = 10\ m/s^2$



A. · Κίνηση m_1 (πριν την κρούση)

Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{MHX}^{αρχ} = E_{MHX}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \xrightarrow{U_{τελ}=0}$

$\Rightarrow m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow \boxed{v_1 = 4m/s}$

B. · Κρούση ανελαστική (πλαστική)

Α.Δ.Ορμής: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{v_1}{2} \Rightarrow \boxed{V = 2m/s}$

Γ. · Θ.Ι.(m_2): $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} - W_2 = 0 \Rightarrow k\Delta\ell = m_2 g \Rightarrow k = 100\cdot m_2$ (1) (S.I

· Κίνηση συστήματος $m_1 - m_2 - m_3$ - ελατήριο

Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{MHX}^{αρχ} = E_{MHX}^{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}k\cdot\Delta\ell^2 = (m_1 + m_2)g(\Delta\ell + x) + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow$

$\xrightarrow[m_1 = m_2 = m_3 = m]{(1)} \frac{1}{2}\cdot 2m\cdot 4 + \frac{1}{2}\cdot 100m\cdot 0,01 = 2m\cdot 10(0,1 + x) + \frac{1}{2}100mx^2$

$\Rightarrow 4 + 0,5 = 2 + 20x + 50x^2 \Rightarrow 50x^2 + 20x - 2,5 = 0$

$\Rightarrow 5x^2 + 2x - 0,25 = 0$

$\Delta = 4 + 5 = 9$, $x_{1,2} = \dfrac{-2 \pm 3}{10}$ → $\boxed{x_1 = 0,1m}$ δεκτή → $x_2 = -0,5m$ απορ.

Δ. · Θ.Ι. (m_1+m_2) : $\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{(ελ)} - W = 0 \Rightarrow k \cdot y_2 = (m_1+m_2)g \xRightarrow{(1)}$

$\Rightarrow \underline{y_2 = 0,2m}$

Άρα $A = y_2 + x_1 \Rightarrow \boxed{A = 0,3m}$